



Sintesi Sequenziale Sincrona

Sintesi Comportamentale di reti Sequenziali Sincrone di Macchine Senza
Processo di Ottimizzate a Livello Comportamentale

Sintesi comportamentale e architettura generale
Diagramma degli stati
Tabella degli stati
Tabella delle Transizioni: Codifica dello Stato
Tabella delle Eccitazioni: Scelta degli elementi di memoria
Esempi
Appendice: Trasformazioni tra bistabili

versione 18/05/04



Introduzione

- Le uscite di un **circuito sequenziale** in un dato istante di tempo dipendono:
 - Dallo condizione iniziale del circuito;
 - Dalla sequenza di ingressi, applicata in un arco temporale finito, fino all'istante considerato
- Questo aspetto implica che il **dispositivo ha memoria degli eventi passati**
- In un generico istante t l'informazione relativa al "contenuto" di questa memoria è rappresentata nel **concetto di stato**
 - Nota: le reti combinatorie possono essere considerate un caso particolare di sistema sequenziale dove lo stato è unico

- 2 -



Progetto e strumenti

- Progetto di reti combinatorie
 - I metodi sono noti e ben assestati
 - Si ricercano nuove soluzioni che aumentino l'efficienza:
 - Computazionale degli strumenti automatici
 - Nell'uso delle risorse (es. BDD)
 - Metodologica (es. *Signature Cube* - '92)
- Progetto di reti sequenziali
 - L'ottimizzazione di circuiti sequenziali è in costante evoluzione
 - Esistono dei buoni metodi ma non di uso generale
 - Lo sviluppo di software efficienti necessita di ulteriori sforzi

- 3 -



Modello del circuito sequenziale

- Il modello di un circuito sincrono può essere
- **Comportamentale** (descrive l'evoluzione degli stati e delle uscite del dispositivo)
 - La transizione degli stati è descritta in termini di tabelle o diagrammi
 - Le informazioni sugli stati sono esplicite
 - Le informazioni sull'area e sui ritardi sono implicite
 - **Strutturale**
 - Il modello del circuito è una *netlist* ovvero un insieme di componenti, registri e logica combinatoria, collegati tra loro
 - Le informazioni sugli stati sono implicite
 - Le informazioni sull'area e ritardi sono esplicite

- 4 -



Modello comportamentale

- Il modello generale delle macchine sequenziali a cui si fa riferimento è quello delle **Macchine a Stati Finiti Deterministiche** (*Finite State Machine - FSM*)
 - con questo modello le macchine sequenziali vengono descritte tramite la teoria degli automi
 - su questo modello si basano la metodologia e le tecniche di sintesi esposte
- **Macchine a stati finiti deterministiche**
 - **fisica realizzabilità**: il numero di stati è finito e il comportamento della macchina in un istante t non dipende da eventi futuri
 - dato uno stato ed una configurazione di ingresso il **nuovo stato** è **identificato univocamente**
- Si considera la **sintesi di FSM sincrone**

- 5 -



Sintesi comportamentale di FSM (1)

- Una **macchina sequenziale** è definita dalla quintupla $(I, U, S, \delta, \lambda)$
 - **I** - **Alfabeto di Ingresso**
 - E' costituito dall'insieme *finito* dei *simboli* di ingresso
 - Con n linee di ingresso si hanno 2^n simboli
 - **U** - **Alfabeto d'Uscita**
 - E' costituito dall'insieme *finito* dei *simboli* d'uscita
 - Con m linee d'uscita si hanno 2^m simboli
 - **S** - **Insieme degli Stati**
 - Insieme *finito e non vuoto* degli *stati*.
 - Spesso viene definito anche uno stato iniziale o **stato di reset**, in cui la macchina deve portarsi all'accensione o all'applicazione del segnale di reset
 - **δ** - **Funzione stato prossimo**
 - **λ** - **Funzione d'uscita**

- 6 -



Sintesi comportamentale di FSM (2)

- **Funzione stato prossimo δ**
 - Ad ogni stato presente e per ogni simbolo di ingresso la funzione δ associa uno stato prossimo:

$$\delta : S \times I \rightarrow S$$
 - Ad ogni coppia $\{\text{stato}, \text{simbolo di ingresso}\}$ è associato, se specificato, **uno ed uno** solo stato prossimo.
 - Definisce l'evoluzione della macchina nel tempo, in risposta agli eventi in ingresso
- **Funzione d'uscita λ**
 - Genera il simbolo d'uscita
 - **Macchine di Mealy**: l'uscita dipende sia dallo stato presente sia dall'ingresso:

$$\lambda : S \times I \rightarrow U$$
 - **Macchine di Moore**: l'uscita dipende solamente dallo stato presente:

$$\lambda : S \rightarrow U$$

- 7 -



Macchine di Mealy e Macchine di Moore

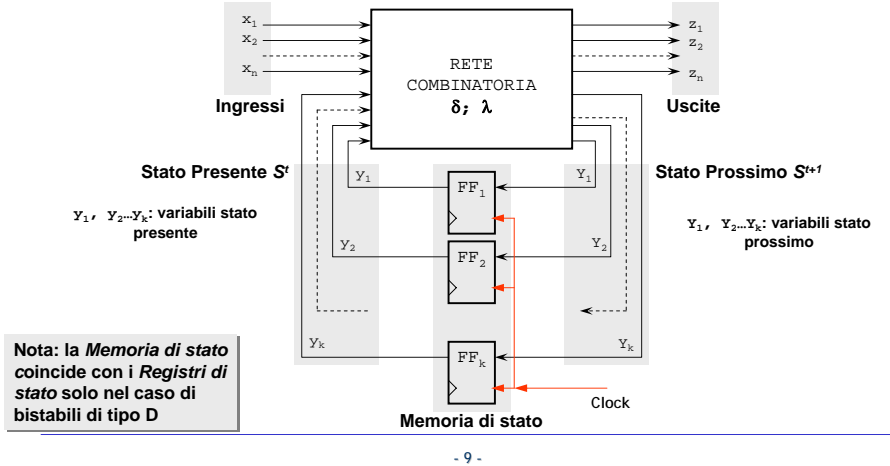
- **Macchine di Mealy**
 - la funzione di uscita costituisce la risposta della macchina quando, trovandosi in un certo stato presente, riceve un simbolo di ingresso
 - nelle macchine di Mealy, l'uscita va "letta" mentre la macchina subisce una transizione di stato
- **Macchine di Moore**
 - la funzione di uscita costituisce la risposta della macchina associata allo stato in cui si trova
 - nelle macchine di Moore, l'uscita viene letta mentre la macchina si trova in un determinato stato
- E' possibile trasformare una macchina di Mealy in una macchina equivalente di Moore, e viceversa

- 8 -



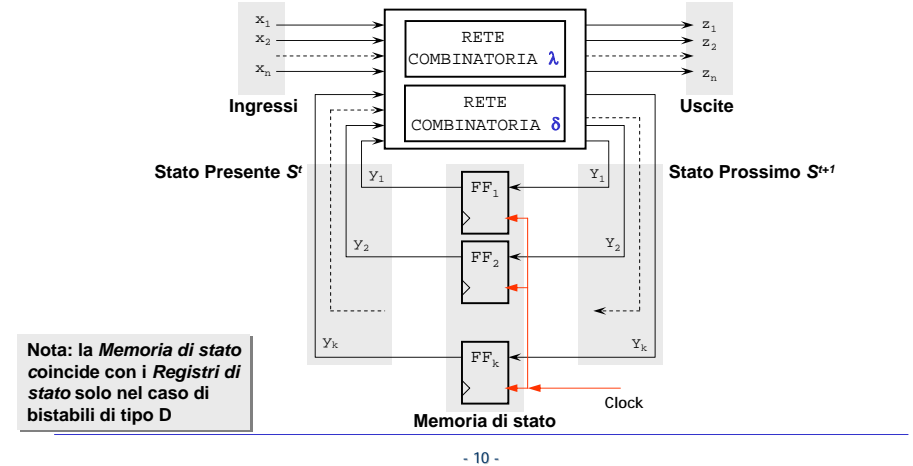
Architettura generale

- Struttura generale di una macchina sequenziale (Huffman):



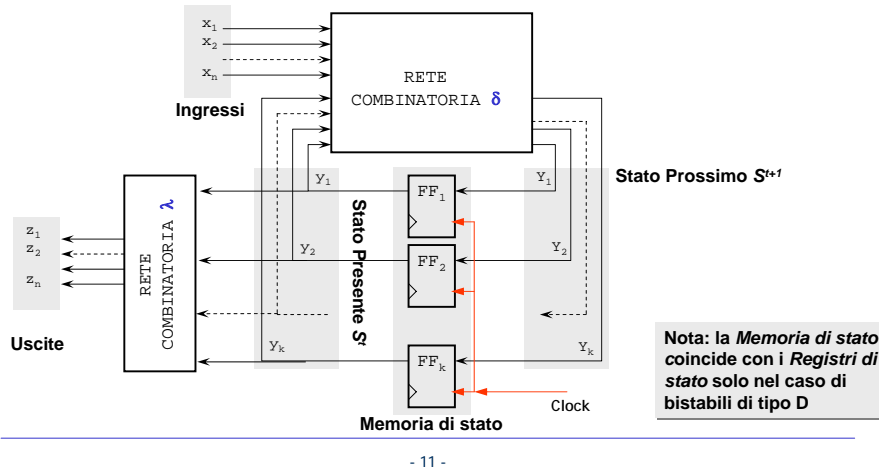
Architettura generale: macchina di Mealy

- Struttura generale di una macchina di Mealy:



Architettura generale: macchina di Moore

- Struttura generale di una macchina di Moore:



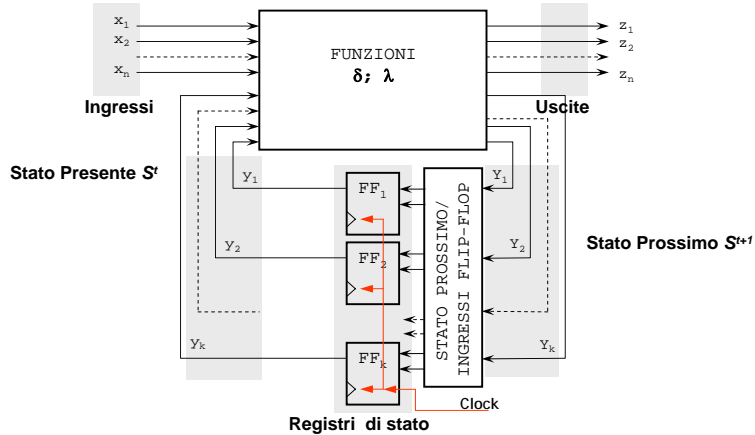
Architettura generale

- La **sintesi comportamentale** di una rete sequenziale consiste nella:
 - Identificazione delle le funzioni δ e λ
 - Sintesi della rete combinatoria che le realizza
- Gli elementi di memoria sono costituiti da Flip-Flop
 - I flip-flop di tipo D sono quelli usati più comunemente
- La funzione di stato prossimo δ dipende dal tipo di bistabili utilizzati.
- La funzione di uscita λ non dipende dal tipo di bistabili utilizzati.



Architettura generale

- La funzione δ dipende dai bistabili utilizzati:



- 13 -



Tabella degli stati

Il comportamento di una FSM può essere descritto mediante la *Tabella degli stati*

- Gli indici di **colonna** sono i **simboli di ingresso** $i_\alpha \in I$
- Gli indici di **riga** sono i simboli di stato $s_j \in S$ che indicano lo **stato presente**

- Gli elementi della tabella sono:

- Macchine di Mealy**
- la **coppia** $\{u_\beta, s_j\}$
- $u_\beta = \lambda(i_\alpha, s_j)$ è il simbolo di uscita
- $s_j = \delta(i_\alpha, s_j)$ è il simbolo stato prossimo

| | i_1 | i_2 | ... |
|---------|-----------------|-----------------|-----|
| S_1^t | S_j^{t+1}/u_j | S_k^{t+1}/u_k | ... |
| S_2^t | S_m^{t+1}/u_m | S_1^{t+1}/u_1 | ... |
| ... | ... | ... | ... |

- Macchine di Moore**
- Il simbolo **stato prossimo** s_j
- $s_j = \delta(i_\alpha, s_j)$ è il simbolo stato prossimo
- i simboli d'uscita sono associati allo stato presente

| | i_1 | i_2 | ... | |
|---------|-------------|-------------|-----|-------|
| S_1^t | S_j^{t+1} | S_k^{t+1} | ... | u_1 |
| S_2^t | S_m^{t+1} | S_1^{t+1} | ... | u_2 |
| ... | ... | ... | ... | ... |

- 14 -



Diagramma degli stati

- Spesso, la stesura della *Tabella degli stati* è preceduta da una rappresentazione grafica ad essa equivalente, denominata *Diagramma degli stati*

- Il diagramma degli stati è un *grafo orientato* $G(V, E, L)$

- V - Insieme dei **nod**
 - Ogni nodo rappresenta uno stato
 - Ad ogni nodo è associato un simbolo d'uscita (macchine di Moore)
- E - Insieme degli **archi**
 - Ogni arco rappresenta le transizioni di stato
 - Ad ogni arco è associato un simbolo di uscita (macchina di Mealy)
- L - Insieme degli:
 - Ingressi e Uscite** (macchina di Mealy)
 - Ingressi** (macchina di Moore)

- 15 -



Macchina di Mealy: Esempio

- Equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Mealy

Diagramma degli stati

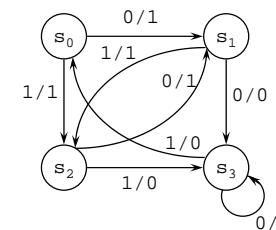


Tabella degli stati

| | 0 | 1 |
|-------|---------|---------|
| S_0 | $S_1/1$ | $S_2/1$ |
| S_1 | $S_3/0$ | $S_2/1$ |
| S_2 | $S_1/1$ | $S_3/0$ |
| S_3 | $S_3/0$ | $S_0/0$ |

- 16 -



Macchina di Moore: Esempio

- Equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Moore

Diagramma degli stati

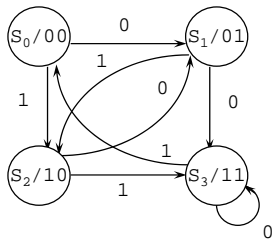


Tabella degli stati

| | 0 | 1 | U |
|----------------|----------------|----------------|----|
| S ₀ | S ₁ | S ₂ | 00 |
| S ₁ | S ₃ | S ₂ | 01 |
| S ₂ | S ₁ | S ₃ | 10 |
| S ₃ | S ₃ | S ₀ | 11 |



Passi della Sintesi di una FSM (i)

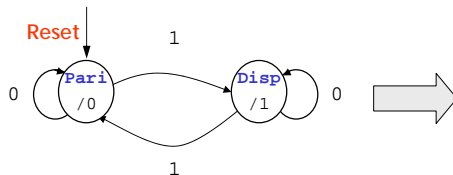
1. Realizzazione del *diagramma degli stati* a partire dalle specifiche funzionali (informali) del comportamento del sistema
 - e' il passo che richiede maggior intuito, anche se è più semplice rispetto al costruire direttamente la tabella degli stati
 - una volta identificato lo **stato iniziale**, si applicano a tale stato tutte le possibili configurazioni di ingresso
 - **stato iniziale**: Identificazione univoca e non ambigua di uno stato da cui iniziare la stesura del diagramma degli stati
 - **stato di reset**: se questo è definito esplicitamente nella specifica funzionale
 - ogni configurazione di ingresso può portare a uno stato già esistente oppure a un **nuovo stato** che viene aggiunto al diagramma
 - per ogni nuovo stato introdotto, si applicano tutte le sequenze di ingresso
 - Il procedimento termina quando **non vengono più introdotti nuovi stati**



Passi della Sintesi di una FSM (i): Esempio

Controllore di parità (dispari)

- Una macchina sequenziale sincrona ha un ingresso x e un'uscita z. L'uscita z assume il valore 1 se e solo se sull'ingresso si sono presentati un numero dispari di 1. In ogni altro caso è z uguale a 0. All'accensione la macchina riconosce parità dispari non verificata.
- Considerazioni:
 - specifiche funzionali analitiche: non è necessario ulteriore raffinamento
 - dalle specifiche, c'è uno stato di RESET esplicito e la macchina da sintetizzare è una macchina di Moore



| | 0 | 1 | U |
|---|---|---|---|
| P | P | D | 0 |
| D | D | P | 1 |



Passi della Sintesi di una FSM (ii)

2. Costruzione della *tabella degli stati* a partire da diagramma degli stati

- non introduce alcuna informazione aggiuntiva. Definisce la cardinalità iniziale degli stati e le funzioni δ e λ in forma astratta

| | 0 | 1 | U |
|----------------|----------------|----------------|----|
| S ₀ | S ₁ | S ₂ | 00 |
| S ₁ | S ₃ | S ₂ | 01 |
| S ₂ | S ₁ | S ₃ | 10 |
| S ₃ | S ₃ | S ₀ | 11 |

3. Riduzione del numero degli stati: *ottimizzazione*

- Identificazione di una **macchina equivalente** (oppure di una **macchina compatibile**) minima a quella rappresentata dalla tabella degli stati
- I **criteri di riduzione** del numero degli stati per equivalenza e compatibilità verranno affrontati in seguito



Passi della Sintesi di una FSM (iii)

4. Costruzione della *tabella delle transizioni* della FSM

- In modo informale, si può dire che questo passo traduce la tabella degli stati in una *tabella rappresentata tramite funzioni di commutazione*.
 - Nota: ad una tabella degli stati corrispondono più tabelle delle transizioni
- Definisce l'*assegnamento degli stati* e cioè
 - il *numero di variabili di stato necessarie* (y_i : stato presente e Y_i : stato prossimo) a rappresentare la cardinalità degli stati
 - In questo modo viene determinato il numero di flip-flop necessari a realizzare la macchina
 - assegna una *codifica* (configurazione tra quelle disponibili nel codice) ad *ogni stato*.
 - La scelta della codifica influenza in modo significativo la realizzazione e complessità circuitale della funzione stato prossimo δ (anche in funzione dei bistabili utilizzati)
- I criteri di assegnamento verranno affrontati in seguito

- 21 -



Passi della Sintesi di una FSM (iii) : Esempio

Costruzione della *tabella delle transizioni* della FSM

Tabella degli stati

| | 0 | 1 | U |
|----------------|----------------|----------------|----|
| S ₀ | S ₁ | S ₂ | 00 |
| S ₁ | S ₃ | S ₂ | 01 |
| S ₂ | S ₁ | S ₃ | 10 |
| S ₃ | S ₃ | S ₀ | 11 |

Assegnamento degli stati

- 2 variabili di stato $y_0 y_1$ (quindi 2 bistabili)
- Assegnamento banale

$$S_0 = 00$$

$$S_1 = 01$$

$$S_2 = 11$$

$$S_3 = 10$$

Tabella delle transizioni

| $y_0 y_1$ \ I | 0 | 1 | U |
|---------------|----|----|----|
| 00 | 01 | 11 | 00 |
| 01 | 10 | 11 | 01 |
| 11 | 01 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 00 | 11 |

$$y_0 y_1 =$$

stato prossimo

- 22 -



Passi della Sintesi di una FSM (iv)

5. Costruzione della *tabella delle eccitazioni* della FSM

- Scelta degli elementi di memoria.
- Una volta scelti gli elementi di memoria, la tabella delle eccitazioni della macchina è *ottenuta dalla tabella delle transizioni della macchina e da quella delle eccitazioni del bistabile scelto*
 - Al termine di questo passo, per ogni bistabile (e cioè per ogni variabile di stato) si hanno le funzioni di commutazione relative ai suoi ingressi che consentono la transizione stato presente - stato prossimo

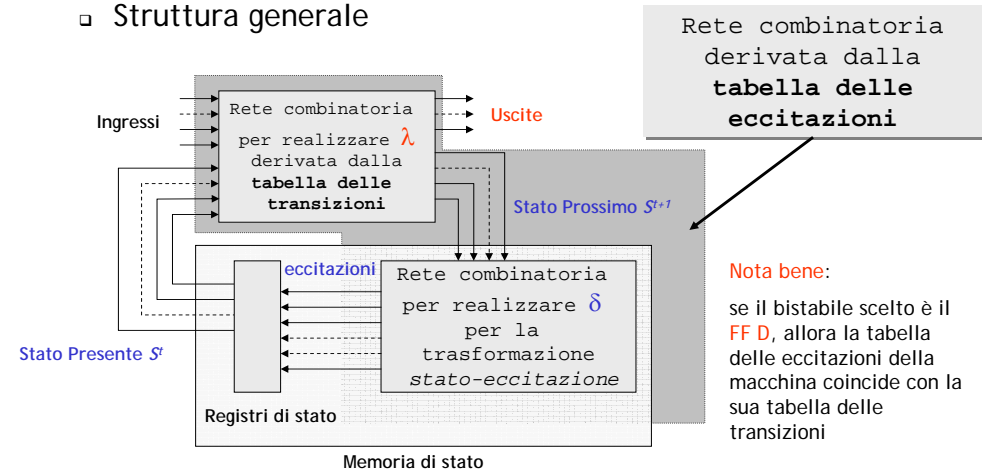
6. *Sintesi ottimizzata* sia della rete combinatoria che realizza la funzione stato prossimo sia della rete combinatoria che realizza la funzione d'uscita

- 23 -



Passi della Sintesi di una FSM (iv)

Struttura generale



- 24 -



Passi della Sintesi di una FSM (iv)

- La tabella delle transizioni descrive la relazione tra i bit di stato presente e quelli di stato futuro.
 - La configurazione binaria dello stato presente corrisponde all'uscita dei bistabili relativi
 - La configurazione binaria dello stato prossimo precisa quello che si desidera ottenere
- A seconda del tipo di bistabile scelto, variano i segnali che devono essere generati per realizzare la transizione *stato presente - stato prossimo* desiderata
 - I segnali di ingresso di un bistabile prendono il nome di *eccitazioni*
- La *tabella delle eccitazioni* di un bistabile rappresenta il mezzo di collegamento tra la *tabella delle transizioni* e la *tabella delle eccitazioni* di una specifica macchina a stati.

- 25 -



Passi della Sintesi di una FSM (iv)

- Si scelgono i bistabili SR

| Tabella delle transizioni | | | | Tabella delle eccitazioni del FF SR | | | | Tabella delle eccitazioni con FF SR | | | | | | | | | |
|---------------------------|----|----|----|-------------------------------------|----|---|---|-------------------------------------|----------|--------|--------|----|---|----|---|---|---|
| y_0y_1 | 0 | 1 | U | Q | Q* | C | S | R | y_0y_1 | 0 | 1 | U | Q | Q* | C | S | R |
| 00 | 01 | 11 | 00 | 0 | 0 | 0 | - | - | 00 | 0-, 10 | 10, 10 | 00 | 0 | 0 | 0 | - | - |
| 01 | 10 | 11 | 01 | 1 | 1 | 0 | - | - | 01 | 10, 01 | 10, -0 | 01 | 1 | 1 | 0 | - | - |
| 11 | 01 | 10 | 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | - | 11 | 01, -0 | -0, 01 | 10 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 10 | 10 | 00 | 11 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 10 | -0, 0- | 01, 0- | 11 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | 1 | - | 0 | | | | | | | | | |

$y_0y_1 =$
stato prossimo

$S_0R_0 S_1R_1$

Dalla tabella delle eccitazioni posso sintetizzare le reti combinatorie (mappe di Karnaugh) che realizzano $S_0R_0 S_1R_1$ in funzione di y_0, y_1 e I

- 26 -



Diagramma degli stati - Esempio 1: specifiche

Specifiche

- Una macchina sequenziale sincrona ha un ingresso x e un'uscita z. L'uscita z assume il valore 1 se e solo se sull'ingresso si sono presentati almeno due 0 seguiti esattamente da due 1 (z va a 1 in corrispondenza del secondo 1 su x). In ogni altro caso è z uguale a 0.
- Considerazioni:
 - specifiche funzionali analitiche: non è necessario ulteriore raffinamento delle specifiche
 - dalle specifiche, la macchina da sintetizzare è una macchina di Mealy
 - la macchina è un riconoscitore di sequenze nella forma

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{x} = \dots 0011 \dots \\
 \mathbf{z} = \dots 00010 \dots
 \end{array}$$

- 27 -



Diagramma degli stati - Esempio 1: stato iniziale - caso (a)

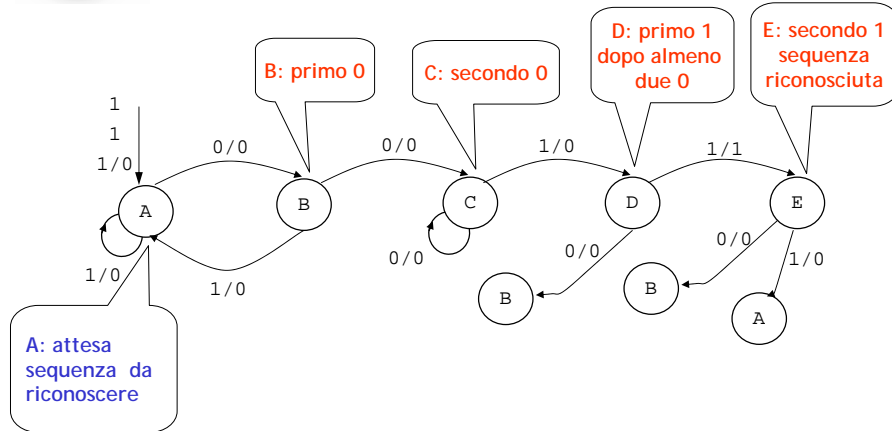
- (a) Scelta dello *stato iniziale* per la stesura del diagramma degli stati

- dalle specifiche: "..... z assume il valore 1 se e solo se sull'ingresso si sono presentati almeno due 0 seguiti esattamente da **due 1**....."
- una **sequenza di tre o più 1 su x**, indipendentemente dalla successione di valori di x ricevuti precedentemente, porta la macchina in uno stato in cui "si aspetta" una sequenza da riconoscere. Inoltre, sicuramente al terzo 1 l'uscita vale 0. Chiamiamo questa sequenza di tre o più 1 "**non utile**" a fini del riconoscimento
- la **sequenza di esattamente tre 1 su x è la minima sequenza non utile**
 - Nota: una sequenza di soli due 1 non sarebbe univoca per l'uscita, in quanto in corrispondenza del secondo 1 l'uscita potrebbe valere 1 (sequenza precedente riconosciuta) oppure 0 (sequenza precedente non riconosciuta)
- stato iniziale** = stato derivante da tre 1 su x, indipendentemente dai valori precedenti

- 28 -



Diagramma degli stati - Esempio 1 - caso (a)



- 29 -



Tabella degli stati - Esempio 1 - caso (a)

Tabella degli stati

| | 0 | 1 |
|---|-----|-----|
| A | B,0 | A,0 |
| B | C,0 | A,0 |
| C | C,0 | D,0 |
| D | B,0 | E,1 |
| E | B,0 | A,0 |

Riduzione della tabella degli stati (banale!!)

| | 0 | 1 |
|---|-----|-----|
| A | B,0 | A,0 |
| B | C,0 | A,0 |
| C | C,0 | D,0 |
| D | B,0 | E,1 |
| E | B,0 | A,0 |

A = E

- 30 -



Diagramma degli stati - Esempio 1: stato iniziale - caso (b)

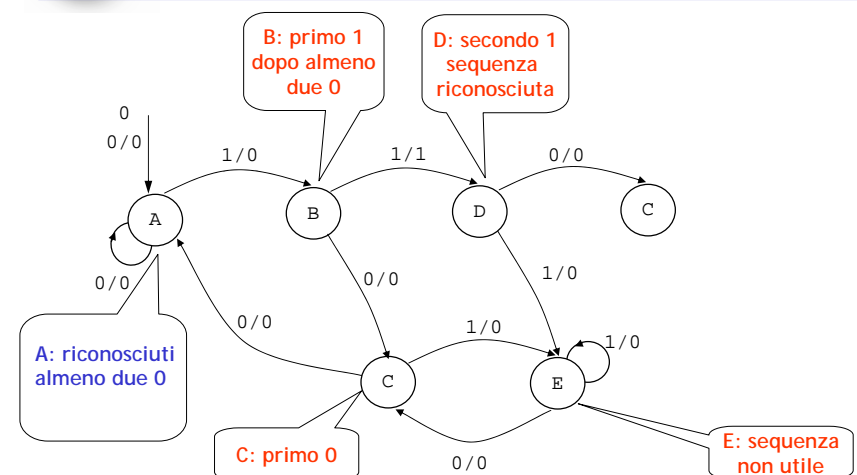
(b) Scelta dello **stato iniziale** per la stesura del diagramma degli stati

- dalle specifiche: "..... z assume il valore 1 se e solo se sull'ingresso si sono presentati **almeno due 0** seguiti esattamente da due 1....."
- una **sequenza di due o più 0 su x**, indipendentemente dalla successione di valori di x ricevuti precedentemente, porta la macchina in uno stato in cui "si è presentata la parte iniziale, indispensabile, della sequenza da riconoscere". Inoltre, sicuramente l'uscita vale 0. Chiamiamo questa sequenza di due o più 0 "utile" a fini del riconoscimento
- la sequenza di esattamente due 0 su x è la minima sequenza utile
- **stato iniziale** = stato derivante da due 0 su x, indipendentemente dai valori precedenti

- 31 -



Diagramma degli stati - Esempio 1 - caso (b)



- 32 -



Diagramma degli stati - Esempio 2: specifiche (i)

Specifiche

- Si vuole realizzare un controllore di semaforo all'incrocio tra via Mazzini e via Garibaldi tramite una macchina sequenziale sincrona. La macchina riceve un segnale di sincronismo con periodo di un minuto. Esiste un pulsante P per attraversamento pedonale.
- Normalmente il semaforo alterna un minuto VERDE su via Mazzini e ROSSO su via Garibaldi, poi un minuto VERDE su via Garibaldi e ROSSO su via Mazzini, e così via
- Se si preme il pulsante P, alla scadenza del minuto si porta il ROSSO su entrambe le strade e lo si mantiene per due minuti indipendentemente da P
- al termine dei due minuti riparte il funzionamento normale con la configurazione VERDE-ROSSO per la via in cui precedentemente ai due minuti era ROSSO e successivamente, dopo una nuova alternanza, si prende in considerazione P

- 33 -



Diagramma degli stati - Esempio 2: specifiche (ii)

- Considerazioni:
 - le specifiche funzionali non sono adatte allo scopo: è utile un ulteriore raffinamento
 - dalle specifiche, la macchina da sintetizzare è una macchina di Moore: infatti le uscite devono mantenere il loro valore stabile nell'intervallo tra due impulsi di sincronismo
- Riscrittura delle specifiche
 - **due uscite** G e M, l'uscita vale 0 se semaforo rosso, 1 se semaforo verde
 - **ingresso primario**: P, 1 se premuto, 0 altrimenti
- Una macchina sequenziale sincrona ha un ingresso P e due uscite G e M. Se P=0, le due uscite si alternano a 1 ad ogni impulso di sincronismo. Se P=1, le due uscite vanno a 0 per due impulsi di sincronismo. Successivamente, ritornano ad alternarsi con un 1 su quella che precedentemente era 0. Solo dopo una nuova alternanza, P viene preso in considerazione

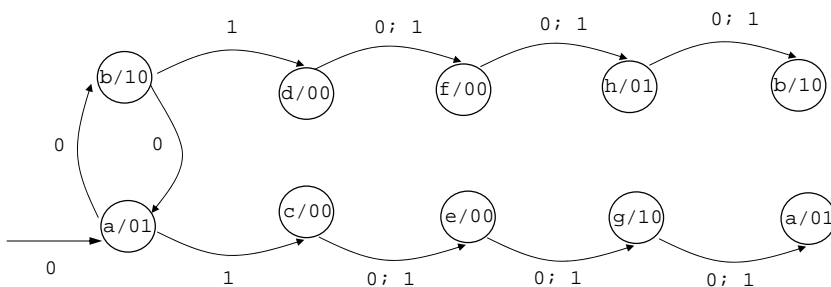
- 34 -



Diagramma degli stati - Esempio 2: stato iniziale

Scelta dello **stato iniziale** per la stesura del diagramma degli stati

- stato in cui non è richiesto attraversamento pedonale: ad esempio, stato con uscite 01 e **ingresso 0**



- 35 -



Sintesi: Esempio 3

- Si sintetizzi la funzione di stato prossimo della seguente FSM nell'ipotesi di utilizzare bistabili di tipo SR

Tabella degli stati

| | 00 | 01 | 11 | 10 | Z |
|----|----|----|----|----|---|
| s0 | s0 | s0 | s2 | s1 | 1 |
| s1 | s1 | s1 | s0 | s1 | 0 |
| s2 | s2 | s3 | s0 | s2 | 1 |
| s3 | s3 | s3 | s2 | s3 | 0 |

Codifica

| | |
|----|----|
| s0 | 00 |
| s1 | 01 |
| s2 | 11 |
| s3 | 10 |

Tabella delle transizioni

| | 00 | 01 | 11 | 10 | Z |
|----|----|----|----|----|---|
| 00 | 00 | 00 | 11 | 01 | 1 |
| 01 | 01 | 01 | 00 | 01 | 0 |
| 11 | 11 | 10 | 00 | 11 | 1 |
| 10 | 10 | 10 | 11 | 10 | 0 |

- 36 -



Sintesi: Esempio 3

Tabella delle eccitazioni di un bistabile di tipo SR

| Q | Q' | SR |
|---|----|----|
| 0 | 0 | 0- |
| 0 | 1 | 10 |
| 1 | 0 | 01 |
| 1 | 1 | -0 |

Tabella delle transizioni

| | 00 | 01 | 11 | 10 |
|----|----|----|----|----|
| 00 | 00 | 00 | 11 | 01 |
| 01 | 01 | 01 | 00 | 01 |
| 11 | 11 | 10 | 00 | 11 |
| 10 | 10 | 10 | 11 | 10 |

Tabella delle eccitazioni (con SR)

| | I ₁ I ₀ | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------|-------|-------|
| Q ₁ Q ₀ | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0- 0- | 0- 0- | 10 10 | 0- 10 |
| 01 | 0- -0 | 0- -1 | 0- 0- | 0- -0 |
| 11 | -0 -0 | -0 01 | 01 01 | -0 -0 |
| 10 | -0 0- | -0 0- | -0 10 | -0 0- |



Sintesi: Esempio 3

- Le quattro mappe di Karnaugh che si ottengono sono quindi:

$$Set_0 = Q_1'Q_0'I_1 + I_1I_0Q_0' = Q_1'Q_0'I_1 + Set_1$$

| Q ₁ Q ₀ | I ₁ I ₀ | |
|-------------------------------|-------------------------------|----|
| | 00 | 01 |
| 00 | 0 | 0 |
| 01 | - | - |
| 11 | - | 0 |
| 10 | 0 | 0 |

$$Res_0 = Q_0I_0$$

| Q ₁ Q ₀ | I ₁ I ₀ | |
|-------------------------------|-------------------------------|----|
| | 00 | 01 |
| 00 | - | - |
| 01 | 0 | 1 |
| 11 | 0 | 1 |
| 10 | - | - |

$$Set_1 = I_1I_0Q_0'$$

| Q ₁ Q ₀ | I ₁ I ₀ | |
|-------------------------------|-------------------------------|----|
| | 00 | 01 |
| 00 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 0 |
| 11 | - | - |
| 10 | - | - |

$$Res_1 = I_1I_0Q_0 = I_1Res_0$$

| Q ₁ Q ₀ | I ₁ I ₀ | |
|-------------------------------|-------------------------------|----|
| | 00 | 01 |
| 00 | - | - |
| 01 | - | - |
| 11 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 |



Appendice

Trasformazioni tra bistabili



Sintesi del bistabile JK tramite altri bistabili

- Specifica: realizzare una FSM sincrona con due ingressi ed una uscita che abbia il seguente comportamento (è il bistabile JK):
 - Configurazione di ingressi 00: l'uscita non cambia valore
 - Configurazione di ingressi 01: l'uscita assume valore 0
 - Configurazione di ingressi 10: l'uscita assume valore 1
 - Configurazione di ingressi 11: l'uscita cambia valore dopo ogni fronte di salita del clock

Diagramma degli stati

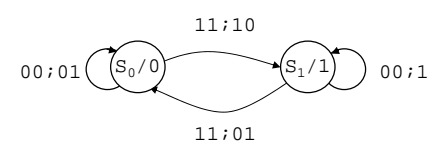


Tabella degli stati

| | 00 | 01 | 11 | 10 | U |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---|
| S ₀ | S ₀ | S ₀ | S ₁ | S ₁ | 0 |
| S ₁ | S ₁ | S ₀ | S ₀ | S ₁ | 1 |



Codifica degli stati

Tabella degli stati

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| | 00 | 01 | 11 | 10 | U |
| S_0 | S_0 | S_0 | S_1 | S_1 | 0 |
| S_1 | S_1 | S_0 | S_0 | S_1 | 1 |

□ Codifica Naturale

- $S_0=0; S_1=1$ oppure $S_0=1; S_1=0$

| | | | | | | |
|---------------------------|-----------|----|----|----|----|---|
| | $i_H i_L$ | 00 | 01 | 11 | 10 | U |
| Q | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| Tabella delle transizioni | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

| | | | | | | |
|---|-----------|----|----|----|----|---|
| | $i_H i_L$ | 00 | 01 | 11 | 10 | U |
| Q | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |



Tabelle delle transizioni e eccitazioni dei bistabili

□ Tabelle delle Transizioni:

| C | S | R | Q* |
|---|---|---|----|
| 0 | - | - | Q |
| 1 | 0 | 0 | Q |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | - |

| C | J | K | Q* |
|---|---|---|----|
| 0 | - | - | Q |
| 1 | 0 | 0 | Q |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | Q' |

| C | D | Q* |
|---|---|----|
| 0 | - | Q |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

| C | T | Q* |
|---|---|----|
| 0 | - | Q |
| 1 | 0 | Q |
| 1 | 1 | Q' |

□ Tabelle delle Eccitazioni:

| Q | Q* | C | S | R |
|---|----|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | - | - |
| 1 | 1 | 0 | - | - |
| 0 | 0 | 1 | 0 | - |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | - | 0 |

| Q | Q* | C | J | K |
|---|----|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | - | - |
| 1 | 1 | 0 | - | - |
| 0 | 0 | 1 | 0 | - |
| 0 | 1 | 1 | 1 | - |
| 1 | 0 | 1 | - | 1 |
| 1 | 1 | 1 | - | 0 |

| Q | Q* | C | D |
|---|----|---|---|
| 0 | 0 | 0 | - |
| 1 | 1 | 0 | - |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

| Q | Q* | C | T |
|---|----|---|---|
| 0 | 0 | 0 | - |
| 1 | 1 | 0 | - |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |



Scelta del Bistabile - FF SR

□ Codifica Naturale ($S_0=0; S_1=1$)

Tabella delle transizioni della FSM

| | | | | | | |
|---|-----------|----|----|----|----|---|
| | $i_H i_L$ | 00 | 01 | 11 | 10 | U |
| Q | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tabella delle eccitazioni della FSM (con FF SR)

| | | | | | | |
|---|-----------|----|----|----|----|---|
| | $i_H i_L$ | 00 | 01 | 11 | 10 | U |
| Q | 0 | 0- | 0- | 10 | 10 | 0 |
| | 1 | -0 | 01 | 01 | -0 | 1 |

Tabella delle eccitazioni FF SR

| Q | Q* | C | S | R |
|---|----|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | - | - |
| 1 | 1 | 0 | - | - |
| 0 | 0 | 1 | 0 | - |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | - | 0 |



Realizzazione delle reti combinatorie (FF SR)

□ Codifica Naturale ($S_0=0; S_1=1$) cont.

Tabella delle eccitazioni della FSM (con FF SR)

| | | | | | | |
|---|-----------|----|----|----|----|---|
| | $i_H i_L$ | 00 | 01 | 11 | 10 | U |
| Q | 0 | 0- | 0- | 10 | 10 | 0 |
| | 1 | -0 | 01 | 01 | -0 | 1 |

Nota: L'uscita corrisponde al bit di stato. La funzione d'uscita è $U=Q$.

Mappa di Karnaugh S

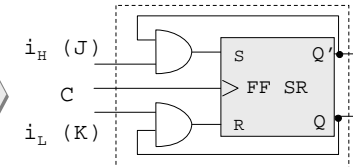
| | | | | | |
|---|-----------|----|----|----|----|
| | $i_H i_L$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
| Q | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | 1 | - | 0 | 0 | - |

$S = !Q * i_H$

Mappa di Karnaugh R

| | | | | | |
|---|-----------|----|----|----|----|
| | $i_H i_L$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
| Q | 0 | - | - | 0 | 0 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

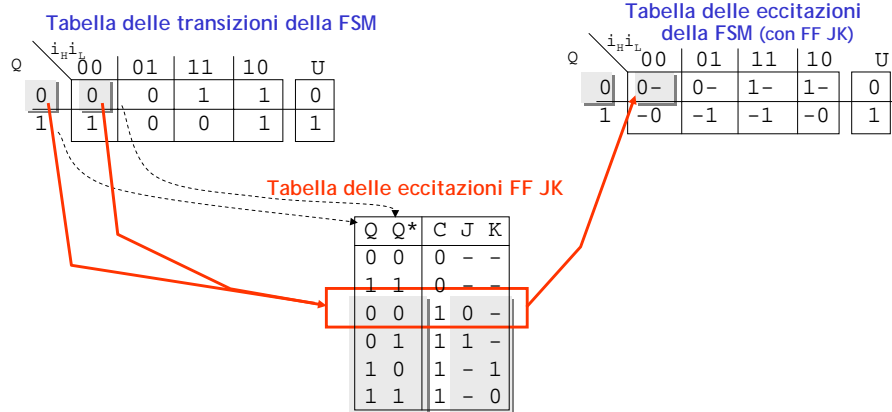
$R = Q * i_L$





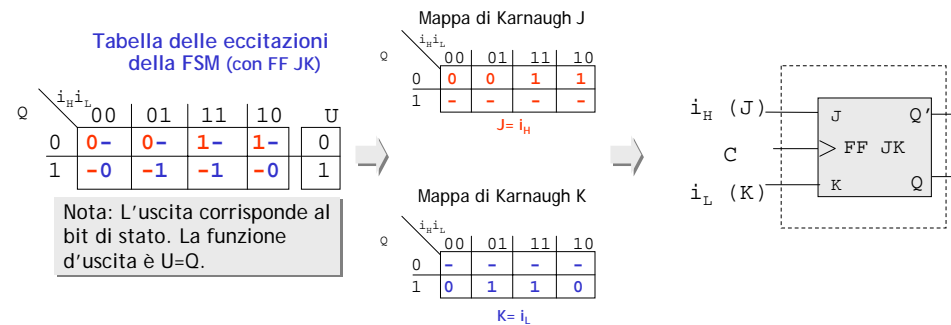
Scelta del Bistabile - FF JK

- Codifica Naturale ($S_0=0; S_1=1$)



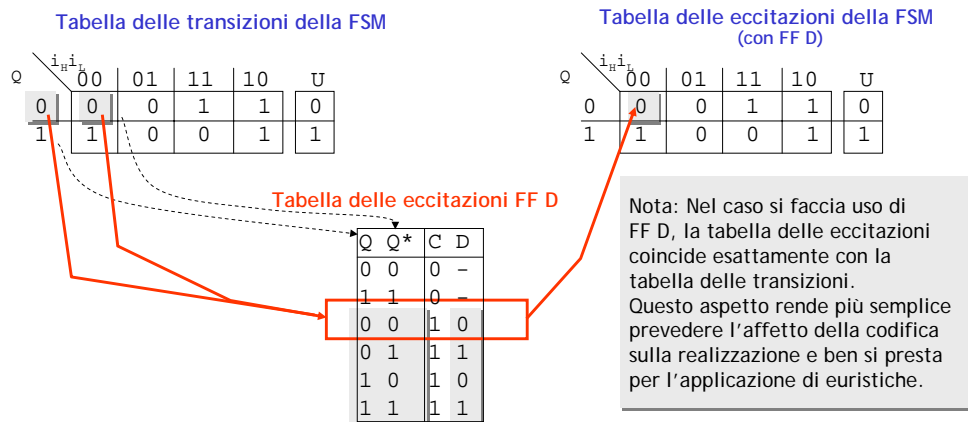
Realizzazione delle reti combinatorie (FF JK)

- Codifica Naturale ($S_0=0; S_1=1$) cont.



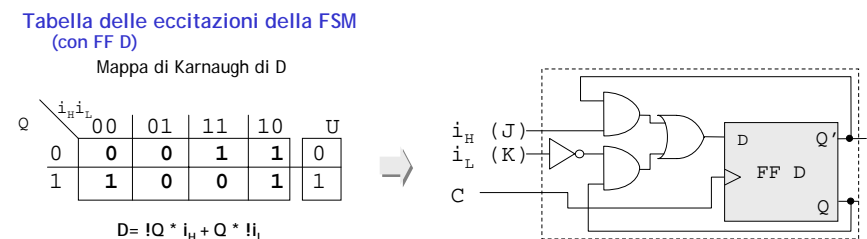
Scelta del Bistabile - FF D

- Codifica Naturale ($S_0=0; S_1=1$)



Realizzazione delle reti combinatorie (FF D)

- Codifica Naturale ($S_0=0; S_1=1$) cont.





Trasformazioni tra bistabili

- L'esempio svolto è relativo alla trasformazione di un elemento di memoria in un altro.
 - Ottenere un JK utilizzando SR, JK, D e T.
- Le trasformazioni tra bistabili sono molto utili quando è richiesto uno specifico elemento di memoria ma non è disponibile
- Un modo differente per raggiungere lo stesso obiettivo è quello di utilizzare le equazioni caratteristiche

| | | | |
|--------------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|
| Flip Flop SR | Flip Flop JK | Flip Flop D | Flip Flop T |
| $Q^* = C'Q + C(S + R'Q)$ | $Q^* = C'Q + C(JQ' + K'Q)$ | $Q^* = C'Q + CD$ | $Q^* = C'Q + C(TQ' + T'Q)$ |



Trasformazioni

□ T utilizzando un SR

Flip Flop SR
 $Q^* = C'Q + C(S + R'Q)$
 Flip Flop T
 $Q^* = C'Q + C(TQ' + T'Q)$

$$Q=0: S + R'0 = T1 + T'0 \rightarrow S = T$$

$Q=1: S + R'1 = T0 + T'1 \rightarrow S + R' = T' \rightarrow S' + R = T$
 Quindi quando $T=1$ deve essere $S=0$ e $R=1$ mentre quando $T=0$ deve essere $S=1$; $R=0$ oppure $S=0$; $R=1$ ma non $S=1$; $R=0$

$$\begin{aligned} S &= TQ' + T'Q \\ R &= TQ \end{aligned}$$

□ SR utilizzando un T

Flip Flop T
 $Q^* = C'Q + C(TQ' + T'Q)$
 Flip Flop SR
 $Q^* = C'Q + C(S + R'Q)$

$$Q=0: T1 + T'0 = S + R'0 \rightarrow T = S$$

$$Q=1: T0 + T'1 = S + R'1 \rightarrow T' = S + R' \rightarrow T = S' + R$$

$$T = SQ' + (S'R)Q$$