

Esercizio n. 1

Utilizzando il modello algebrico, si consideri la rete logica definita dalle seguenti espressioni:

| | |
|----|---------------------|
| p= | $dc'e+ade'+a'c'e$ |
| q= | $dc'+b'ce+a'e+a'c'$ |
| r= | $eb'+adb'+c'b'$ |
| s= | $a'+b'c$ |

dove $\{a, b, c, d, e\}$ sono gli ingressi e $\{p,q,r,s\}$ sono le uscite.

1. si disegni il grafo associato alla rete logica e si calcoli il costo associato in termini di letterali;
 - (a) sostituire s in q;
 - (b) estrarre la sottoespressione k comune a q e p
 - (c) decomporre r introducendo un nuovo vertice jsi disegni il grafo associato alla rete finale trasformata, mettendo in evidenza il costo finale.
2. si eseguano in sequenza le trasformazioni sotto elencate. Dopo ogni trasformazione è necessario verificare che il costo associato (letterali) alla rete trasformata non sia peggiore di quello prima della trasformazione. Se il costo risulta peggiore, la trasformazione non viene considerata e si passa alla successiva. In caso contrario la trasformazione viene considerata efficace. Nota: il calcolo del costo ad ogni passo deve essere effettuato con espressioni nella forma SOP.

Soluzione:

1.

| | | |
|-------|---------------------|----|
| p= | $dc'e+ade'+a'c'e$ | 9 |
| q= | $dc'+b'ce+a'e+a'c'$ | 9 |
| r= | $eb'+adb'+c'b'$ | 7 |
| s= | $a'+b'c$ | 3 |
| costo | | 28 |

2.

(a)

| | | |
|-------|-------------------|----|
| p= | $dc'e+ade'+a'c'e$ | 9 |
| q= | $dc'+se+a'c'$ | 6 |
| r= | $eb'+adb'+c'b'$ | 7 |
| s= | $a'+b'c$ | 3 |
| costo | | 25 |

(b)

| | | |
|-------|-----------------|----|
| p= | $ke+ade'$ | 5 |
| q= | $k+se$ | 3 |
| r= | $eb'+adb'+c'b'$ | 7 |
| s= | $a'+b'c$ | 3 |
| K= | $dc'+a'c'$ | 4 |
| costo | | 22 |

(c)

| | | |
|-------|------------|----|
| p= | $ke+ade'$ | 5 |
| q= | $k+se$ | 3 |
| r= | $b'j$ | 2 |
| s= | $a'+b'c$ | 3 |
| K= | $dc'+a'c'$ | 4 |
| J= | $e+ad+c'$ | 4 |
| Costo | | 21 |

Esercizio n. 2

Utilizzando il modello algebrico, si consideri la rete logica definita dalle seguenti espressioni:

| | |
|----|--|
| p= | $c'd'a'b + c'd' + c'd'ae$ |
| q= | $c'd'e + ab$ |
| r= | $c'd'a'b + abc' + c'd' + de + ce + c'd'ae$ |
| s= | $abc' + ae' + de$ |

dove $\{a, b, c, d, e\}$ sono gli ingressi e $\{p, q, r, s\}$ sono le uscite.

1. si disegni il grafo associato alla rete logica e si calcoli il costo associato in termini di letterali;
2. si eseguano in sequenza le trasformazioni sotto elencate. Dopo ogni trasformazione è necessario verificare che il costo associato (letterali) alla rete trasformata non sia peggiore di quello prima della trasformazione. Se il costo risulta peggiore, la trasformazione non viene considerata e si passa alla successiva. In caso contrario la trasformazione viene considerata efficace. Nota: il calcolo del costo ad ogni passo deve essere effettuato con **espressioni nella forma SOP**.
 - (a) sostituire p in r;
 - (b) estrarre la sottoespressione k comune a r e s;
 - (c) estrarre la sottoespressione j comune a p e q;si disegni il grafo associato alla rete finale trasformata, mettendo in evidenza il costo finale.

Soluzione:

1.

| | | |
|-------|--|----|
| p= | $c'd'a'b + c'd' + c'd'ae$ | 10 |
| q= | $c'd'e + ab$ | 5 |
| r= | $c'd'a'b + abc' + c'd' + de + ce + c'd'ae$ | 17 |
| s= | $abc' + ae' + de$ | 7 |
| costo | | 39 |

2.

(a)

| | | |
|-------|---------------------------|----|
| p= | $c'd'a'b + c'd' + c'd'ae$ | 10 |
| q= | $c'd'e + ab$ | 5 |
| r= | $abc' + de + ce + p$ | 8 |
| s= | $abc' + ae' + de$ | 7 |
| costo | | 30 |

(b)

| | | |
|-------|---------------------------|----|
| p= | $c'd'a'b + c'd' + c'd'ae$ | 10 |
| q= | $c'd'e + ab$ | 5 |
| r= | $k + p + ce$ | 4 |
| s= | $k + ae'$ | 3 |
| k= | $abc' + de$ | 5 |
| costo | | 27 |

(c)

| | | |
|-------|--------------|----|
| p= | $ja'b+j+jae$ | 7 |
| q= | $je + ab$ | 4 |
| r= | $k + p + ce$ | 4 |
| s= | $k + ae'$ | 3 |
| k= | $abc' + de$ | 5 |
| J= | $c'd'$ | 2 |
| Costo | | 25 |

Esercizio n. 3

Si consideri il seguente funzione booleana di 4 variabili $F(a,b,c,d)$:

$$F(a,b,c,d) = a'b'cd' + a'b'cd + a'bc' + a'bc'd + abc'd + abcd' + ab'cd' + ab'cd$$

Effettuare la decomposizione disgiuntiva di F rispetto alle variabili ab e riportare il costo in termini di letterali sia della forma iniziale sia di quella finale.

Soluzione:

Costo iniziale: 31

$$F_{a'b'} = cd' + cd$$

$$F_{a'b} = c' + c'd$$

$$F_{ab'} = cd' + cd$$

$$F_{ab} = c'd + cd'$$

$$F(a,b,c,d) = a'b' F_{a'b'} + a'b F_{a'b} + ab' F_{ab'} + ab F_{ab}$$

$$\text{Costo} = 12 + 15 = 27$$

Inoltre per trasformazione booleana si ha che:

$$F_{a'b'} = c$$

$$F_{a'b} = c'$$

$$F_{ab'} = c$$

$$F_{ab} = c'd + cd'$$

$$\text{E quindi se } y = F_{ab} = c'd + cd'$$

$$F(a,b,c,d) = a'b'c + a'bc' + ab'c + aby$$

$$\text{Costo} = 12 + 4 = 16$$