ESERCITAZIONE N° 2

Realizzazione a cura di: ing. Edoardo Azzimonti, ing. Francesco Cutugno, ing. Giovanni Vannozzi

PROVA 02.01

Oggetto: ***rilievo sperimentale del transitorio di carica e scarica di un condensatore*** - schema riportato in figura 1.

R1 = R2 = 10 kΩ
C=100 µF – elettrolitico - 35Vl

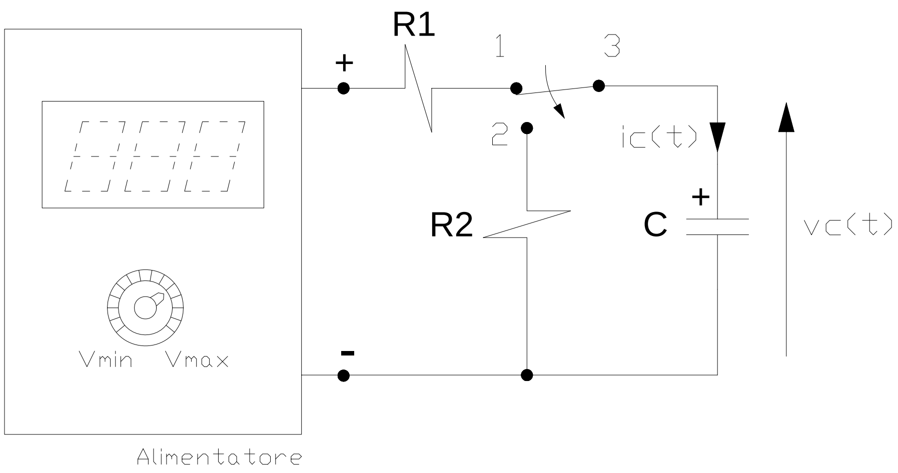


Figura 1: struttura del circuito RC

Scopo:
Verificare sperimentalmente il **transitorio** di **carica** e di **scarica** di un condensatore e la relativa **legge temporale** definita dalla seguente relazione:

$$v_C(t) = v_C(\infty) - [v_C(\infty) - v_C(t_O)] \cdot e^{-(t-t_o)/\tau}$$

nella quale sono identificati i seguenti parametri:

$\mathbf{v_C(t_O)}$ = valore della tensione ai morsetti del condensatore all'istante $\mathbf{t = t_O}$, nota come condizione iniziale della variabile di stato tensione del condensatore;

$\mathbf{v_C(\infty)}$ = tensione ai morsetti del condensatore a fine transitorio, ovvero quando il condensatore può essere modellato con l'equivalente bipolo circuito aperto;

$\tau = \mathbf{C \cdot R_{TH}}$ = costante di tempo, definita come il prodotto della **capacità C** del condensatore e della **resistenza equivalente** di **Thevenin R_{TH}** sentita dal condensatore medesimo.

Regolazione della corrente di cortocircuito del Power Supply

Prima di accendere il power supply (Esercitazione n°1 - Figura 1) rimuovere, se presente, il ponticello che realizza il collegamento fra il morsetto negativo dell'uscita (47) ed il morsetto di GND (51).

Accendere il power supply (50) ed effettuare la regolazione del massimo valore della corrente di corto circuito, procedendo come di seguito indicato:0

1) selezionare, tramite l’apposito tasto (48), la funzione voltmetro dello strumento digitale (42) accertandosi che sul display, in basso a destra, compaia l'unità di misura "V";
2) ruotare il potenziometro voltage (43) in senso antiorario portando la tensione di alimentazione al valore di 0V;
3) selezionare per lo strumento digitale (42) la funzione amperometro (48) accertandosi che sul display, in basso a destra, compaia l'unità di misura "A";
4) ruotare il potenziometro current (44) completamente in senso orario fino alla posizione di fine corsa;
5) <u>cortocircuitare i cavetti di alimentazione;</u>
6) ruotare il potenziometro voltage in senso orario fino a visualizzare sullo strumento in modalità amperometrica un valore di corrente pari a 0,5A;
7) ruotare il potenziometro current in senso antiorario fino all’accensione del diodo LED contrassegnato con la sigla CC (49);
8) selezionare per lo strumento la funzione voltmetro (48) accertandosi che sul display, in basso a destra, compaia l'unità di misura "V";
9) <u>rimuovere la condizione di cortocircuito</u> e ruotare poi il potenziometro voltage (43) in senso antiorario riportando, se necessario, la tensione di uscita a 0V;
10) spegnere il power supply (50).

Schema elettrico del circuito di prova

Assemblare il circuito sulla bread-board come mostrato nello schema elettrico riportato in figura 2, ricordando la corrispondenza fra strumenti virtuali e canali d'ingresso della scheda di acquisizione BNC-2120.

Verranno utilizzati un condensatore elettrolitico da 100μF – 35 volt-lavoro e due resistori da 10kΩ realizzando così due ***costanti di tempo*** dei transitori di carica **(τ_{ca}=R_1C)** e di scarica **(τ_{sc}=R_2C)** pari ad 1 secondo.

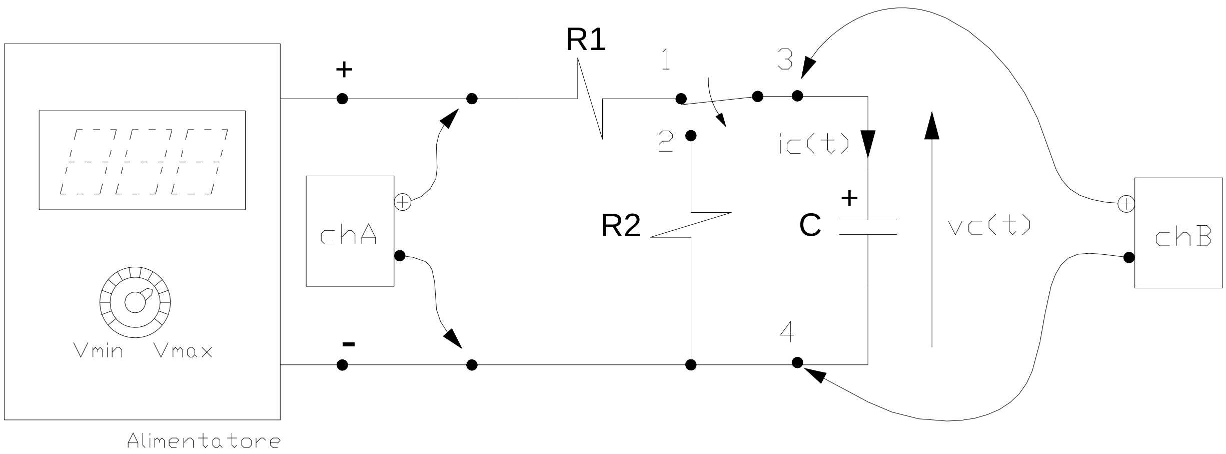


Figura 2: schema elettrico del circuito di prova

Nota:

I condensatori a disposizione per le esercitazioni del corso sono di due tipi: ceramici ed elettrolitici. I condensatori ***ceramici*** non hanno polarità e il valore della loro capacità è inferiore rispetto a quella degli ***elettrolitici***. Questi ultimi hanno una polarità e capacità elevate. Per distinguere il polo positivo di tale tipo di condensatori è sufficiente individuare il reoforo più lungo; qualora ciò non sia possibile basta osservare la capsula esterna: in corrispondenza del reoforo corrispondente al polo negativo è infatti tracciata una striscia nera.

I condensatori, contrariamente ai resistori, non dissipano potenza ma possiedono una tensione massima sopportabile denominata "tensione di lavoro"; oltrepassando tale valore di tensione il dispositivo si danneggia irrimediabilmente.

Svolgimento della prova

1) Lanciare lo strumento virtuale oscilloscopio dell'applicazione LabView contenuto nella directory C:\elettrotecnica\strumenti.
2) Accendere il power supply regolando la tensione di uscita al valore di 8V.
3) Modificare i parametri dell'oscilloscopio, effettuando le seguenti regolazioni:
   - 3.1) **disattivare** i canali **chA** e **chB** dell'oscilloscopio cliccando sui relativi bottoni **ON/OFF** e posizionare il **trigger su NONE**;
   - 3.2) agendo sull'apposita manopola di controllo [Position A(B)] posizionare le tracce dei due canali sulla linea di riferimento a zero volt;
   - 3.3) **riaccendere** i due canali **chA** e **chB** agendo nuovamente sui bottoni **ON/OFF**;
   - 3.4) per ciascuno dei due canali **chA** e **chB** scegliere una scala delle ampiezze pari ad **2V/div** (leggasi 1 volt per divisione) ed una scala dei tempi pari ad **1ms/div**;
   - 3.5) chiudere manualmente il circuito appoggiando sul nodo 1 lo spinotto del cavo collegato al morsetto positivo del condensatore (nodo 3) visualizzando l'andamento di $v_c(t)$ (transitorio di carica);
   - 3.6) spostare lo spinotto dal nodo 1 al nodo 2 per visualizzare il transitorio di scarica.
4) Per visualizzare l'andamento della corrente di carica del condensatore, modificare i parametri dell'oscillopscopio, effettuando le seguenti regolazioni:
   - 4.1) disattivare il canale chB e rimuovere la relativa sonda;
   - 4.2) collegare la sonda del canale chA come in fig.2;
   - 4.3) procedere nuovamente come indicato ai punti 3.5 e 3.6.

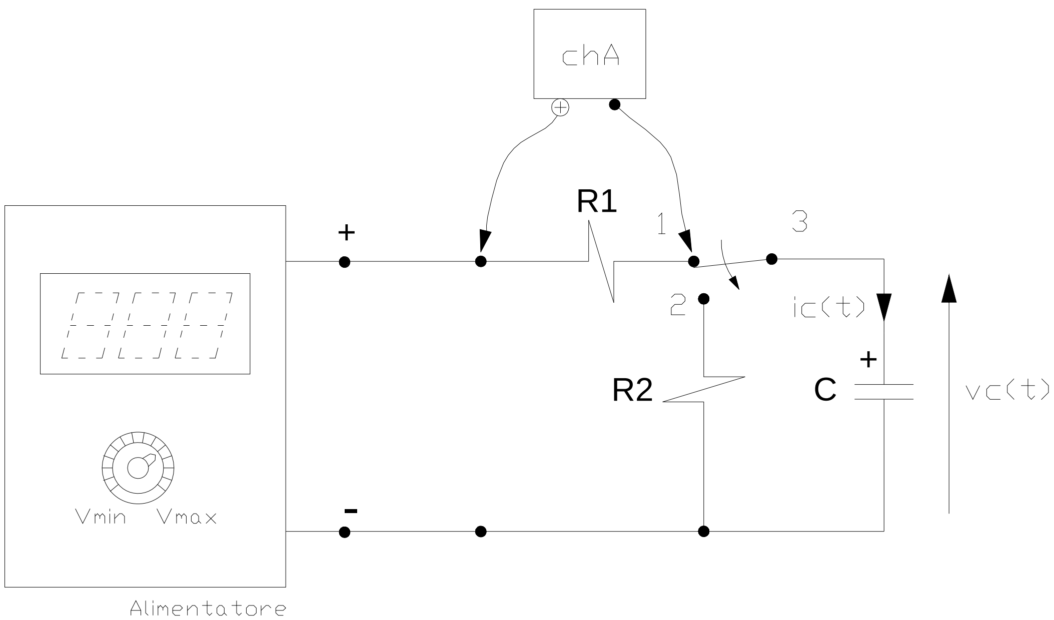


Figura 3: visualizzazione di $v_{r1}(t)$

Nota: poiché tramite un oscilloscopio è possibile visualizzare solo delle tensioni, è necessario ricostruire l'andamento nel tempo di $\mathbf{i_c(t)}$, durante la carica, attraverso la conoscenza di $\mathbf{v_{R1}(t)}$.

Approfondimento

Ripetere la prova utilizzando, al posto dello strumento virtuale oscilloscopio, gli strumenti virtuali voltmetro ed amperometro.
Per un corretto utilizzo dello strumento virtuale amperometro, utilizzare i resistori $\mathbf{R_1}$ ed $\mathbf{R_2}$ come resistori di **shunt**.

PROVA 02.02

Oggetto: rilievo sperimentale del transitorio di carica e di scarica di un condensatore e visualizzazione sull'oscilloscopio delle forme d'onda caratteristiche della **tensione $v_C(t)$** ai morsetti del condensatore stesso. - schema riportato in figura 4.

R1 = 2,2 kΩ ; R2 = 10 kΩ
C = 0,1 µF – ceramico
D = 1N4002 o equivalente

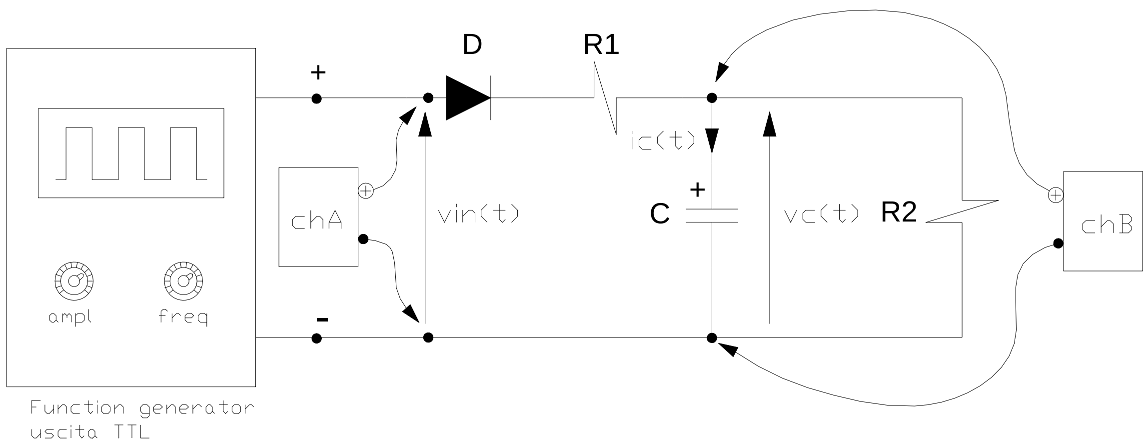


Figura 4: struttura del circuito RC

Scopo: verificare la differenza fra le costanti di tempo di carica (τ_{ca}) e scarica (τ_{sc}) del condensatore di figura 4.

Preparazione della prova

Assemblare il circuito sulla bread-board come mostrato sullo schema elettrico di figura 4, ricordando la corrispondenza fra strumenti virtuali e canali d'ingresso della scheda di acquisizione BNC-2120.
Verranno utilizzati un condensatore ceramico da 0,1μF, un resistore da 2,2kΩ ed un resistore da 10k**Ω** realizzando, pertanto, due **costanti di tempo** dei transitori di carica ($\boldsymbol{\tau_{ca} = R_{eq}C}$) e di scarica ($\boldsymbol{\tau_{sc} = R_2C}$) pari ad 0,18 ms ed 1,00 ms rispettivamente:

τ_{ca}= 0,18 ms

τ_{sc}= 1,00 ms

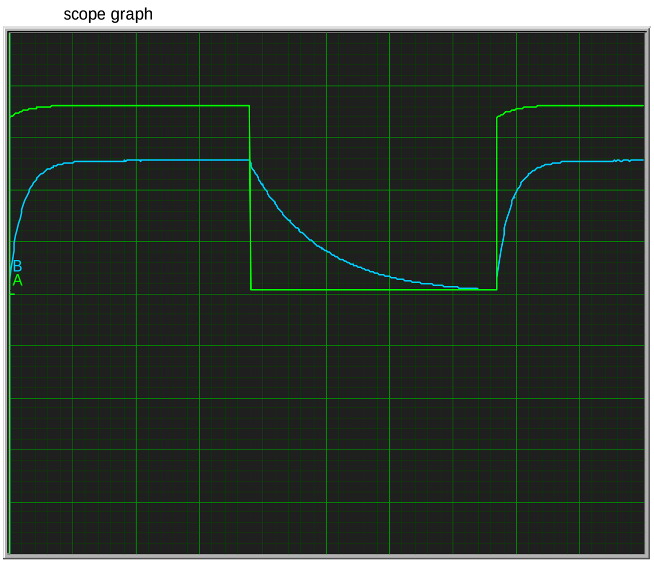


Figura 5: andamento della tensione ai capi del condensatore

$$v_c(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

per t=5τ raggiungo circa il 99% del valore di regime
per t=4τ raggiungo circa il 98% del valore di regime

Domanda: quanto vale il valore di regime per il nostro circuito?

Nota:
I condensatori a disposizione per le esercitazioni del corso sono di due tipi: ceramici ed elettrolitici. I condensatori <u>ceramici</u> non hanno polarità e il valore della loro capacità è inferiore rispetto a quella degli <u>elettrolitici</u>. Questi ultimi hanno una polarità e capacità elevate. Per distinguere il polo positivo di tale tipo di condensatori è sufficiente individuare il reoforo più lungo; qualora ciò non sia possibile basta osservare la capsula esterna: in corrispondenza del reoforo corrispondente al polo negativo è infatti tracciata una striscia nera.
I condensatori, contrariamente ai resistori, non dissipano potenza ma possiedono una tensione massima sopportabile denominata "tensione di lavoro"; oltrepassando tale valore di tensione il dispositivo si danneggia irrimediabilmente.

Svolgimento della prova

1) Lanciare lo strumento virtuale oscilloscopio dell'applicazione LabView contenuto nella directory C:\elettrotecnica\strumenti.
2) Accendere il power supply e la sezione Function Generator (27). Prelevare l'uscita TTL, impostando il valore di frequenza a circa 130Hz.
3) Modificare i parametri dell'oscilloscopio, effettuando le seguenti regolazioni:
   3.1) **disattivare i canali chA e chB** dell'**oscilloscopio** cliccando sui relativi bottoni **ON/OFF** e posizionare il trigger su NONE;
   3.2) agendo sull'apposita manopola di controllo [Position A (B)] posizionare le tracce dei due canali sulla linea di riferimento a **zero volt**;
   3.3) **riaccendere i due canali chA e chB** agendo nuovamente sui bottoni **ON/OFF**;
   3.4) selezionare il trigger di tipo **SW ANALOG**;
   3.5) impostare il livello di **trigger** a **0.5V** (o superiore), con attivazione sul **fronte** di **salita**;
   3.6) per ciascuno dei due **canali ch**A e **chB** scegliere una scala delle ampiezze pari ad **1V/div** (leggasi 1 volt per divisione) ed una scala dei tempi pari ad **1ms/div**;
4) Confrontare i valori delle costanti di tempo calcolate con le durate dei transitori verificate sperimentalmente.

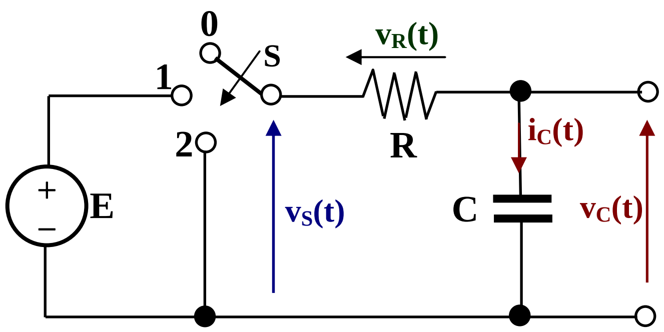
   Transitorio di carica: $\boldsymbol{\tau_{ca} = R_{eq}C}$ con: $\boldsymbol{R_{eq} = (R_1 // R_2)}$.

   Transitorio di scarica: $\boldsymbol{\tau_{sc} = R_2C}$

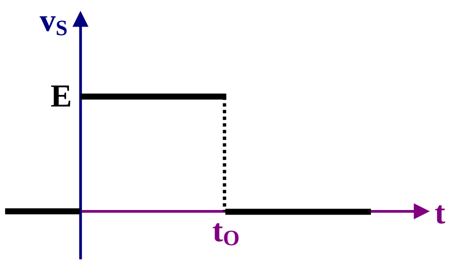
Nota: a transitorio di carica esaurito, la tensione ai capi del condensatore assume un valore (valore di regime) $\mathbf{v_C(\infty)}$ determinato dalla **legge del partitore resistivo** e pari a:

$$v_c(\infty) = (v_{in} - V_{D_{ON}}) \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} = (v_{in} - 0{,}7) \cdot \frac{10000}{12200}\ \text{V}$$

Brevi richiami teorici a fondamento della esercitazione sperimentale.



(figura **6**)



Si consideri la rete lineare di figura nella quale il generatore indipendente stazionario di tensione **E** può venire collegato o sconnesso dalla struttura nota come **rete RC** mediante il tasto **S** inizialmente posto nella posizione 0. All'istante t=0 il tasto S si porta nella posizione 1, sicché deve ritenersi:

$$\forall t \,\big|\, 0 \le t < t_0 \;\Rightarrow\; v_s(t) = E$$

Atteso che la **tensione** ai **morsetti** di un **condensatore** è una **variabile di stato**, ovvero che le evoluzioni temporali di $\mathbf{v_C(t)}$ non possono prescindere dalla conoscenza dello stato iniziale in cui il condensatore si trova, la sua relazione costitutiva, riferita alla convenzione degli utilizzatori, può esprimersi con le relazioni che di seguito si esplicitano:

$$\begin{cases} i_C(t) = C\dfrac{dv_C(t)}{dt} \\ v_C(t)\big|_{(t=0)} = v_C(0) = V_i \end{cases} \quad \Rightarrow \quad v_C(t) = v_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)\cdot dt = V_i + \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)\cdot dt$$

Col tasto posto in 1, si applichi la legge di Kirchhoff delle tensioni all'unica maglia di cui è formata la rete, tenendo conto che la tensione $\mathbf{v_R(t)}$ ai morsetti della **resistenza R** è prodotta dalla **corrente** del **condensatore C**, dato che i **due bipoli sono collegati fra loro in serie**. Si ottiene la relazione:

$v_S(t) = v_R(t) + v_C(t) \quad \Rightarrow \quad v_S(t) = R\cdot i_C(t) + v_C(t)$, ovvero:

$$v_S(t) = RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$$

Il **modello matematico** ottenuto afferisce ad una **equazione differenziale lineare** del ***primo ordine*** e, nell'ipotesi di **invarianza** nel **tempo** dei **parametri R** e **C** [**R(t) =R = cost** e **C(t) =C = cost**], anche a **coefficienti costanti**.

Attesa la particolarità della funzione $\mathbf{v_S(t) = E = cost}$, nell'**intervallo** di **tempo** $\mathbf{0 \le t < t_O}$, lo studio dell'equazione differenziale può ricondursi ad una semplice integrazione relativa alla tipologia delle equazioni differenziali a variabili separabili. Infatti si può relazionare come di seguito esplicitato:

$$-RC\frac{dv_C(t)}{dt} = v_C(t) - E \quad \Rightarrow \quad \frac{dv_C(t)}{v_C(t) - E} = -\frac{1}{RC}dt$$

Applicando l'operatore di integrazione definita dall'istante **t=0** all'istante generico $\mathbf{t < t_O}$, si ottiene:

$$\int_0^t \frac{dv_C(t)}{v_C(t) - E} = \int_0^t -\frac{1}{RC}dt \quad \Rightarrow \quad \int_0^t \frac{dv_C(t)}{v_C(t) - E} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

Osservando che: $d[v_C(t) - E] = dv_C(t)$, al numeratore della frazione relativa all'integrale a primo membro compare la derivata della funzione posta a denominatore; pertanto si può relazionare come segue:

$\left[\log_e|v_C(t) - E|\right]_0^t = -\dfrac{1}{RC}\left[t\big|_0^t\right]$, ovvero:

$$\log_e|v_C(t) - E| - \log_e|v_C(0) - E| = -\frac{1}{RC}(t - 0)$$

Riprendendo quanto asserito in merito alle condizioni iniziali di $v_C(t)$, ovvero $\mathbf{v_C(0) = V_i}$, e le proprietà dei logaritmi, si ottiene la scrittura:

$$\log_e\left|\frac{v_C(t) - E}{V_i - E}\right| = -\frac{t}{RC} \quad \Rightarrow \quad e^{(-t/RC)} = \frac{v_C(t) - E}{V_i - E}$$

ovvero, osservando che **l'argomento del logaritmo è sempre positivo** e quindi si scioglie il **valore assoluto**, si perviene alla forma equivalente:

$$v_C(t) - E = (V_i - E)\cdot e^{(-t/RC)} \quad \Rightarrow \quad v_C(t) = E - (E - V_i)\cdot e^{(-t/RC)} \qquad (1)$$

Si osservi che per **t = 0** la relazione fornisce coerentemente $\mathbf{v_C(0) = v_i}$, mentre per $\mathbf{t \to \infty}$ si ottiene $\mathbf{v_C(\infty) = E}$. Parimenti, giova ricordare che nel caso di **condensatore inizialmente scarico**, ovvero **condizioni iniziali nulle** $\mathbf{v_C(0) = V_i = 0\,V}$, si perviene alla relazione:

$$v_C(t) = E - E\cdot e^{(-t/RC)} = E\cdot(1 - e^{-t/RC}) \quad (2)$$

Il risultato conseguito tramite la relazione (1) è di validità generale ed è noto nella forma seguente:

$$v_C(t) = v_C(\infty) - [v_C(\infty) - V_i] \cdot e^{(-t/RC)} \qquad (1.bis)$$

Nota la tensione $\mathbf{v_C(t)}$, il calcolo della **corrente** $\mathbf{i_C(t)}$ è univocamente determinato facendo ricorso alla relazione costitutiva; infatti, si relaziona nel modo seguente:

$$i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} = C\frac{d}{dt}\{v_C(\infty) - [v_C(\infty) - V_i] \cdot e^{-t/RC}\} = -C \cdot [v_C(\infty) - V_i] \cdot e^{-t/RC}(-\frac{1}{RC})$$

da cui, operando le dovute semplificazioni algebriche, si perviene alla seguente scrittura finale:

$$i_C(t) = \frac{[v_C(\infty) - V_i]}{R} \cdot e^{-t/RC} = I_C(0^+) \cdot e^{-t/RC}$$, in cui si è posto: $I_C(0^+) = \frac{[v_C(\infty) - V_i]}{R}$

La ricerca dell'attribuzione dimensionale al prodotto RC fornisce l'analisi seguente:

$$[CR] = [C] \cdot [R] = \left[\frac{Q}{V}\right] \cdot \left[\frac{V}{I}\right] = \left[\frac{Q}{I}\right] = \frac{[I] \cdot [t]}{[I]} = [t] = \sec ondi$$

Per tale motivo, la grandezza $\boldsymbol{\tau = RC}$ è definita "**costante di tempo**". Essa caratterizza tutte le **prestazioni dinamiche** del **transitorio** afferente una **rete RC** sottoposta a segnali caratterizzati da variazioni **lineari a tratti** (successione di gradini).
Riferendosi al caso espresso dalla relazione (2), si determini il valore assunto dalla tensione $\mathbf{v_C(t)}$ ai morsetti del condensatore all'istante di tempo $\mathbf{t = \tau}$, ovvero, dopo un intervallo di tempo dall'istante $\mathbf{t = 0}$ pari alla costante di tempo; si ottiene:

$$v_C(t)\Big|_{(t=\tau)} = \left[E \cdot (1 - e^{-t/RC})\Big|_{(t=\tau)}\right] = E \cdot (1 - e^{-\tau/RC}) = E \cdot (1 - e^{-1}) = E \cdot (1 - 0{,}3678)$$

ovvero: $v_C(t)\Big|_{(t=\tau)} = 0{,}632 \cdot E \quad \Rightarrow \quad v_C(\tau) = 63{,}2\% \cdot E \quad (3)$

La relazione (3) costituisce una seconda definizione per la **costante di tempo** τ. Infatti, la **costante di tempo** τ definisce il **tempo necessario alla tensione** $\mathbf{v_C(t)}$ **ai morsetti del condensatore per conseguire il 63,2% del suo valore finale di regime**.
La ricerca del valore assunto dalla corrente $\mathbf{i_C(t)}$ del condensatore all'istante di tempo $\mathbf{t = \tau}$, ovvero, dopo un intervallo di tempo dall'istante $\mathbf{t = 0}$ pari alla costante di tempo fornisce la relazione:

$$i_C(t)\Big|_{(t=\tau)} = \left\{\frac{[v_C(\infty) - V_i]}{R} \cdot e^{-t/RC}\Big|_{(t=\tau)}\right\} = \frac{[v_C(\infty) - V_i]}{R} \cdot e^{-1} = I_C(0^+) \cdot e^{-1} \cong 0{,}368 I_C(0^+)$$

Quanto ora ottenuto costituisce una terza definizione di **costante di tempo** τ. Infatti, la **costante di tempo** τ definisce il **tempo necessario alla corrente** $\mathbf{i_C(t)}$ **del condensatore per conseguire il 36,8% del suo valore iniziale.**
Si definisce **tempo di assestamento** $\mathbf{T_a}$ **il tempo impiegato dalla tensione** $\mathbf{v_C(t)}$ **ai morsetti del condensatore per conseguire il 99% del valore finale di regime** $\mathbf{v_C(\infty)}$, ovvero **il tempo dopo il quale la tensione** $\mathbf{v_C(t)}$ **ai morsetti del condensatore entra stabilmente in una fascia dell'1% del valore finale di regime**.
Pertanto, con riferimento alla situazione circuitale espressa dalla relazione (2) si può relazionare come di seguito esplicitato:

$$v_C(t)\Big|_{(t=T_a)} = \left[E \cdot (1 - e^{-t/RC})\Big|_{(t=T_a)}\right] = E \cdot (1 - e^{-T_a/RC}) = 99\% E$$, ed ancora:

$$E \cdot (1 - e^{-T_a/RC}) = \frac{99}{100} E \quad \Rightarrow \quad 1 - e^{-T_a/RC} = 0{,}99 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{100} = \frac{1}{e^{T_a/RC}}$$

L'algebra ordinaria assicura che se **due frazioni sono uguali** ed hanno **uguali** altresì il **numeratore** allora devono avere uguale anche il denominatore; consegue, pertanto, che:

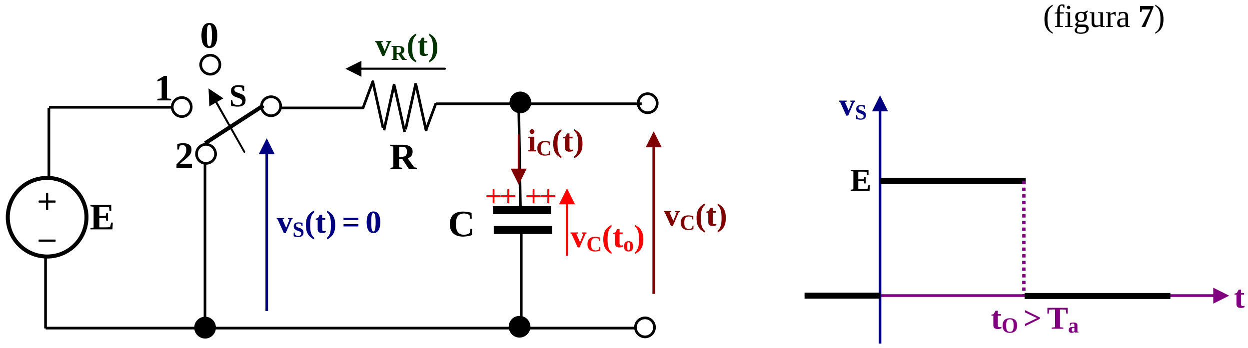
$$e^{T_a/RC} = 100 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_a}{RC} = \log_e 100 \quad \Rightarrow \quad T_a = 4{,}6 \cdot RC \cong 5\tau$$

Si riprenda in considerazione il circuito mostrato in figura 6. All'istante $\mathbf{t_O > T_a}$ il tasto **S** si porti in posizione 2. Il **condensatore** si è ***completamente caricato*** (cioè, può ritenersi **modellato** dal **bipolo circuito aperto**) per cui è ovvia la posizione che esprime la **condizione iniziale** nei confronti del nuovo transitorio dovuto alla commutazione del tasto S:

$$v_C(t)\big|_{(t=t_o)} = v_C(t_o) = E$$

L'analisi del ***transitorio per ogni istante di tempo t ≥ t*** richiede deve attivarsi con riferimento alla rete riportata nella figura 7.

(figura **7**)



L'applicazione della **legge** di **Kirchhoff** delle **tensioni** consente di relazionare come segue:

$$v_S(t) = v_R(t) + v_C(t) \quad \Rightarrow \quad v_S(t) = R \cdot i_C(t) + v_C(t) \quad \Rightarrow \quad v_S(t) = RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$$

Atteso che $\mathbf{v_S(t) = 0\,V}$, per tutti gli istanti di tempo afferenti l'analisi in corso (tasto S in posizione 2), si perviene alla seguente relazione:

$$0 = RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{v_C(t)}{RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{dv_C(t)}{v_C(t)} = -\frac{dt}{RC}$$

Il modello matematico ottenuto è ancora un'**equazione differenziale lineare** del **primo ordine** con **coefficienti costanti** inquadrabile nella tipologia delle ***equazioni a variabili separabili***; pertanto, la procedura risolutiva attiva l'**operazione** di ***integrazione membro a membro***. Si ottiene la scrittura di seguito riportata:

$$\int_{t_o}^{t} \frac{dv_C(t)}{v_C(t)} = \int_{t_o}^{t} -\frac{dt}{RC} \quad \Rightarrow \quad \int_{t_o}^{t} \frac{v_C'(t)}{v_C(t)}dt = -\frac{1}{RC}\int_{t_o}^{t} dt \quad \Rightarrow \quad \left[\log_e|v_C(t)|\right]_{t_o}^{t} = -\frac{1}{RC}\left(t\Big|_{t_o}^{t}\right)$$

Ricordando le proprietà dei logaritmi e quando in precedenza postulato in relazione alle condizioni iniziali $\mathbf{v_C(t_O) = E}$, si ottengono le scritture che di seguito si esplicitano:

$$\log_e|v_C(t)| - \log_e|v_C(t_o)| = -\frac{(t-t_o)}{RC} \quad \Rightarrow \quad \log_e\left|\frac{v_C(t)}{v_C(t_o)}\right| = -\frac{(t-t_o)}{RC}$$, ovvero:

$$e^{-\frac{(t-t_o)}{RC}} = \frac{v_C(t)}{v_C(t_o)} \quad \Rightarrow \quad v_C(t) = v_C(t_o) \cdot e^{-\frac{(t-t_o)}{RC}}$$, essendo: $\frac{v_C(t)}{v_C(t_o)} \geq 0 \;\; \forall\, t \geq t_o$

Si noti che per $\mathbf{t \to \infty}$ si ottiene $\mathbf{v_C(\infty) = 0\,V}$; cioè, a **regime**, il condensatore ritorna **completamente scarico**.
La considerazione relativa alla situazione $\mathbf{v_C(\infty) = 0\ V}$ consente di osservare che la relazione che fornisce l'andamento temporale della tensione $\mathbf{v_C(t)}$ per ogni $\mathbf{t > t_O}$ è quanto in realtà logicamente si deduce dalla (1bis) ponendo: $\mathbf{v_C(\infty) = 0,\ V_i = v_C(t_O)}$ con traslazione temporale pari a $\mathbf{(t - t_O)}$; infatti si ottiene:

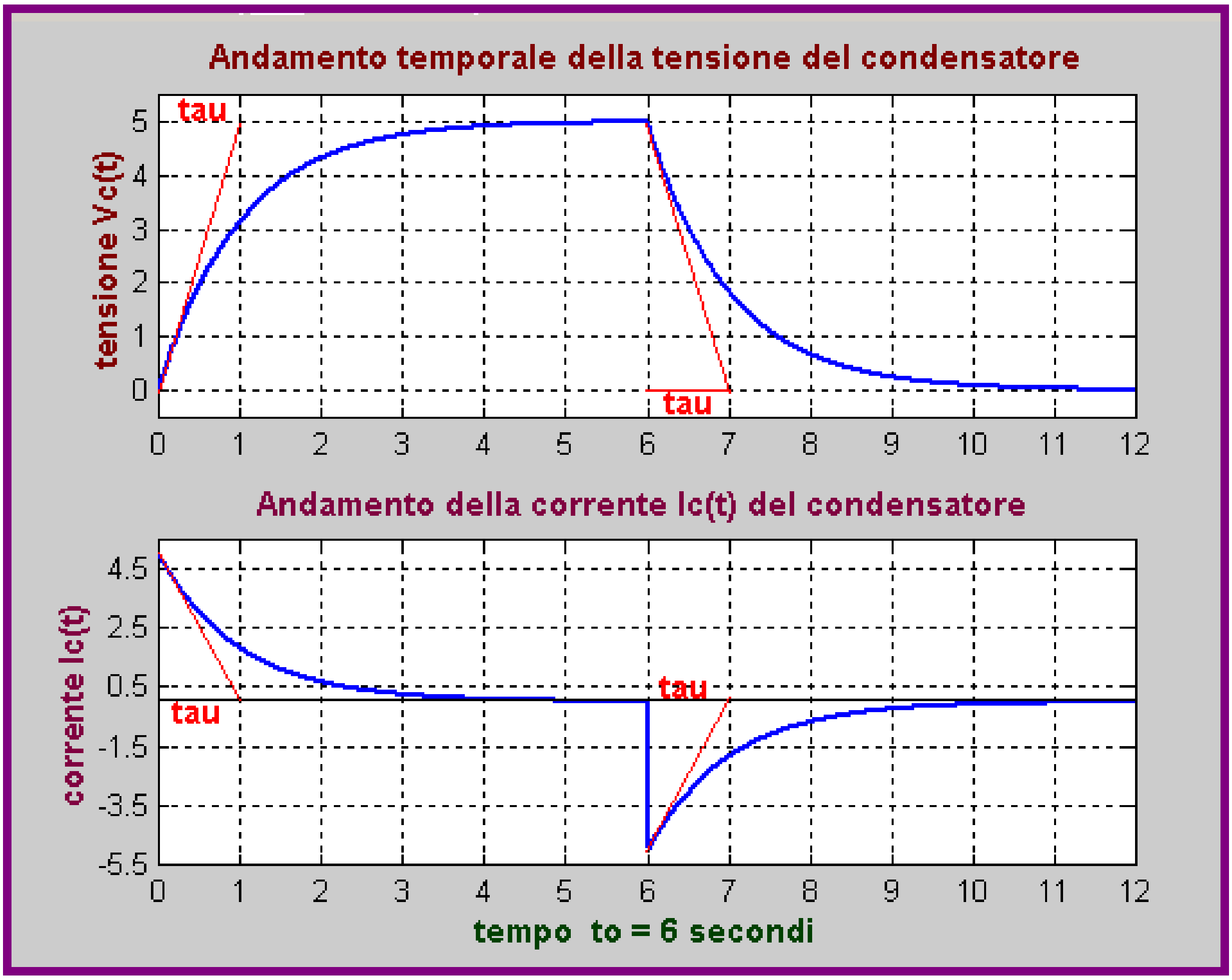
$$v_c(t) = v_c(\infty) - [v_c(\infty) - V_i] \cdot e^{-t/\tau} \Big|_{\substack{v_c(\infty)=0 \\ V_i = v_c(t_o) \\ (t-t_o)}} = 0 - [0 - v_c(t_o)] \cdot e^{-\frac{(t-t_o)}{RC}} = v_c(t_o) \cdot e^{-\frac{(t-t_o)}{RC}}$$

Relativamente alla determinazione della corrente $\mathbf{i_C(t)}$ per ogni $\mathbf{t > t_O}$, si ricorre alla nota **relazione costitutiva**, ovvero:

$$i_c(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt} = C\frac{d}{dt}\{v_c(t_o) \cdot e^{-t/RC}\}$$, ovvero:

$$i_c(t) = C \cdot v_c(t_o) \cdot e^{-(t-t_o)/RC}(-\frac{1}{RC}) = -\frac{v_c(t_o)}{R} \cdot e^{-(t-t_o)/RC} = I_c(t_o^+) \cdot e^{-(t-t_o)/RC}$$

I grafici afferenti gli andamenti temporali delle grandezze di interesse sono riportati in figura 8



Si osservi che anche per la corrente $\mathbf{i_C(t)}$, la relazione ora ottenuta consegue dalla scrittura generale:

$$i_C(t) = \frac{[v_C(\infty) - V_i]}{R} \cdot e^{-t/RC}$$

allorché si ponga $\mathbf{v_C(\infty) = 0}$; $\mathbf{V_i = v_C(t_O)}$ contestualmente ad una traslazione temporale pari a $\mathbf{(t - t_O)}$, come evidenziato nella relazione di seguito riportata:

$$i_C(t) = \frac{[v_C(\infty) - V_i]}{R} \cdot e^{-t/RC} \Bigg|_{\substack{v_C(\infty)=0 \\ V_i = v_C(t_o) \\ (t-t_o)}} = \frac{[0 - v_C(t_o)]}{R} \cdot e^{-(t-t_o)/\tau} = -\frac{v_C(t_o)}{R} \cdot e^{-(t-t_o)/\tau}$$

In conclusione si può asserire che il transitorio, relativo alla carica e alla scarica di un condensatore, è regolato dalle seguenti leggi temporali:

$$v_C(t) = v_C(\infty) - [v_C(\infty) - v_C(t_o)] \cdot e^{-(t-t_o)/(R_{TH}C)}$$

$$i_C(t) = \frac{[v_C(\infty) - v_C(t_o)]}{R_{TH}} \cdot e^{-(t-t_o)/R_{TH}C} = I_C(t_o^+) \cdot e^{-(t-t_o)/(R_{TH}C)}$$