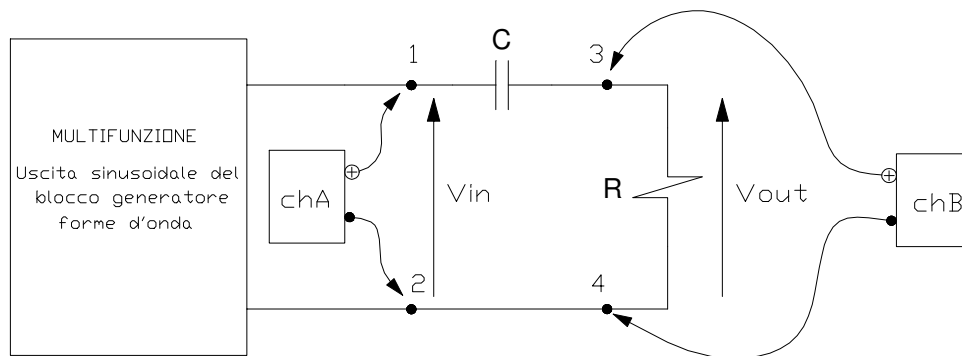


ESERCITAZIONE N° 3

PROVA 03

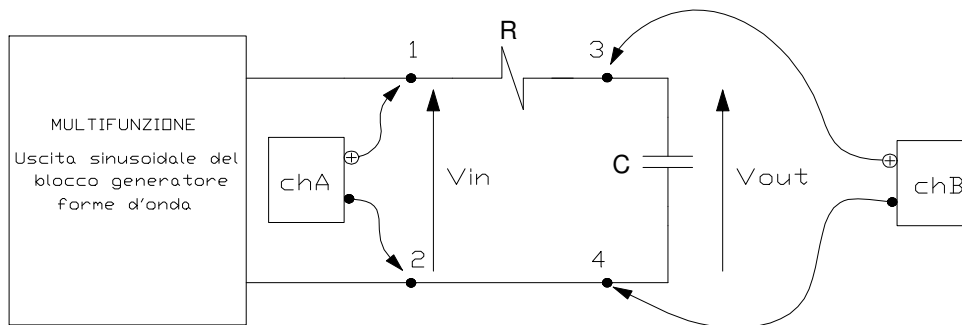
Realizzazione a cura di: ing. Edoardo Azzimonti – ing. Giovanni Vannozzi

Oggetto: rilievo sperimentale della **risposta in frequenza** di una rete lineare. Rilievo sperimentale dei **diagrammi del modulo** e della **fase** della “**funzione di rete $H(j\omega)$** ”.



$$R = 4,7k\Omega - C = 0,1\mu F.$$

Figura 1: struttura del circuito CR di prova --- Filtro Passa Alto



$$R = 4,7k\Omega - C = 0,1\mu F.$$

Figura 2: struttura del circuito RC di prova --- Filtro Passa Basso

Scopo: effettuare l’**analisi in frequenza** di un doppio bipolo al fine di rilevare per via sperimentale i **diagrammi del modulo e della fase della funzione di rete** sia per la configurazione **filtro CR tipo passa alto**, riportato in figura 1, sia per la configurazione **filtro RC tipo passa basso** riportato in figura 2.



Svolgimento della prova

Circuito: viene realizzato il circuito dello schema di misura (filtro **RC passa alto** con **frequenza di taglio $f_{ci} = 340$ Hz**), collegando sulla breadboard il resistore, il condensatore ed i cavi di collegamento alla **scheda BNC2120**, come indicato in figura 1.

Vengono utilizzati un resistore **R** da **4,7 k Ω** ed un condensatore ceramico **C** da **0,1 μ F**.

Generatore di forme d'onda: agendo sia sull'**interruttore di selezione** sia sul **potenziometro moltiplicatore** di regolazione del multifunzione (**sezione generatore di forme d'onda**), si regolano l'ampiezza e la frequenza del segnale sinusoidale **V_{in}** ai seguenti valori iniziali:

- **ampiezza: 8V_{pp}**;
- **frequenza: 30Hz**.

Visualizzazione delle tensioni V_{in} e V_{out}: si collegano le sonde dell'oscilloscopio virtuale come in figura 1 e si procede come di seguito indicato:

- 1) dopo aver attivato l'oscilloscopio, si posizionano i canali **chA** e **chB** su **OFF** ed il **trigger** su **NONE**;
- 2) si **posizionano** le tracce dei due canali sulla linea di riferimento a **zero volt**;
- 3) si **riaccendono** i due canali **chA** e **chB** posizionandoli su **ON**;
- 4) si **seleziona** il **trigger** di tipo **SW ANALOG**;
- 5) si **seleziona**, per i due canali, una **scala delle ampiezze pari ad 1V/div**;
- 6) si **seleziona**, per la **scala dei tempi**, un valore iniziale di **1ms/div**;
- 7) si **imposta** il livello di **trigger** a **0V** (canale **chA**), con attivazione sul **fronte di salita**;
- 8) si verificano, sul display dell'oscilloscopio, i valori di ampiezza, di fase e di frequenza attribuiti inizialmente al segnale sinusoidale che rappresenta l'**ingresso del doppio bipolo (ampiezza 8V_{pp}; frequenza: 30Hz)**;
- 9) in corrispondenza dei valori sopra indicati del segnale d'ingresso, si **leggono** i **valori d'ampiezza** e di **fase** del **segnale sinusoidale** che rappresenta l'**uscita (chB)** e si riportano, compilando la prima riga, in una tabella avente la seguente struttura:

FREQUENZA [Hz]	Ampiezza V _{in} [V] *	Ampiezza V _{out} [V] *	Ritardo t _{out} [s]	Fase V _{out} [rad]	V _{out} / V _{in}	V _{out} / V _{in} dB
30	8					

* = ampiezze picco-picco

Tabella 1: prima riga della tabella raccolta dati

N.B. Avendo utilizzato, per il trigger, il canale A, la **fase del segnale di ingresso** si assume pari a **zero gradi** e si misura la **fase del segnale d'uscita V_{out}** partendo dall'istante iniziale della visualizzazione;

- 10) si ripetono i passaggi indicati ai punti 8) e 9), facendo variare la frequenza del segnale di ingresso fra 30Hz e 2kHz, con uno step adeguato (ridurre lo step in prossimità della frequenza di taglio del filtro), completando la tabella di raccolta dati (una nuova riga per ogni valore di frequenza assegnata al segnale sinusoidale di ingresso).

Si dovrà inoltre modificare, riducendola se necessario, la scala delle ampiezze per il canale B (uscita chB) per valori di frequenza molto maggiori della frequenza di taglio del filtro, al fine di consentire una corretta visualizzazione del segnale;

- 11) si riportano i risultati ottenuti nei due seguenti grafici:
 - a. ascisse: la pulsazione $\omega = 2\pi f$ in scala logaritmica - ordinate il rapporto $|V_{out}|/|V_{in}|$ espresso in **dB** (diagramma di **risposta in frequenza del modulo**);
 - b. ascisse: la pulsazione $\omega = 2\pi f$ in scala logaritmica - ordinate la fase di **V_{out}** in radianti (diagramma di **risposta in frequenza della fase**);



FREQUENZA [Hz]	Ampiezza Vin [V] *	Ampiezza Vout [V] *	Ritardo tout [s]	Fase out [rad]	Vout / Vin	Vout / Vin dB
30	8					
50	8					
100	8					
150	8					
200	8					
250	8					
300	8					
320	8					
f.ti. = 340	8					
360	8					
400	8					
500	8					
600	8					
800	8					
1000	8					
1500	8					
2000	8					

* = ampiezze picco-picco

Tabella 2: esempio di tabella raccolta dati

12) confrontare l'andamento dei diagrammi di risposta in frequenza ricavati per punti, con quelli asintotici di Bode, dopo averli riportati su scala logaritmica.

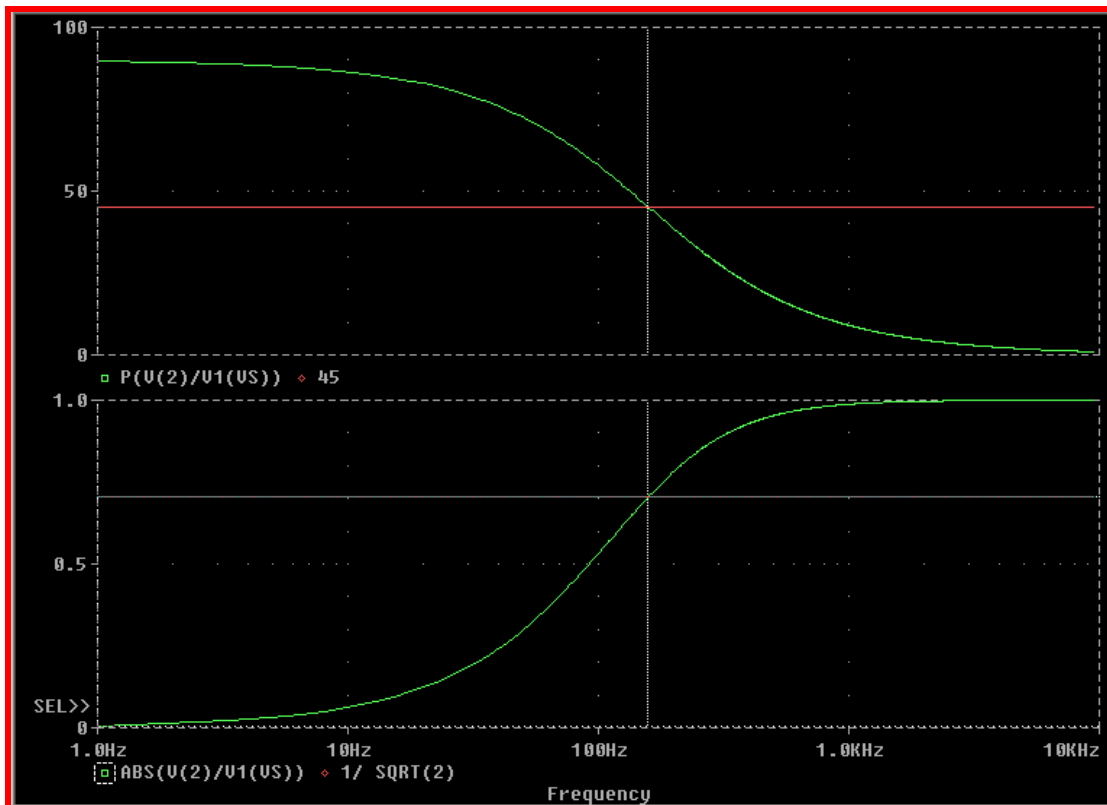


Figura 3: diagramma di risposta in frequenza, in scala logaritmica, di un filtro Passa Alto con $f_{ti} = 160$ Hz

APPROFONDIMENTO PROVA 03

I FILTRI PASSIVI

I filtri passivi sono doppi bipoli la cui funzione è quella di selezionare, ovvero di filtrare parte delle componenti armoniche di un segnale.

Un **segnale** si dice **complesso** quando è formato da diverse armoniche: si ricorda infatti dal **teorema di Fourier** che un generico **segnale periodico** di forma qualsiasi, a **valor medio diverso da zero**, è sempre rappresentabile come la somma di una componente continua e un numero infinito di segnali sinusoidali, detti componenti armoniche, di frequenza e d'ampiezza opportune.

Il segnale presente all'uscita di un filtro ha in genere una forma diversa dal segnale d'ingresso; infatti, mediante l'azione di un filtro il segnale viene "ripulito" dalle componenti armoniche relative alle frequenze indesiderate; in particolare si ha:

- se le frequenze eliminate sono maggiori di una determinata frequenza f_{ts} (f_0 in figura 4), nota come frequenza di **taglio superiore**, saremo in presenza di un **filtro passa-basso**;

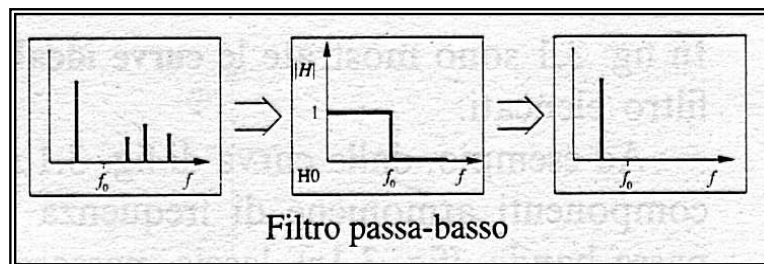


Figura 4

- se le frequenze eliminate sono minori di una determinata frequenza f_{ti} (f_0 in figura 5), nota come frequenza di **taglio inferiore**, saremo in presenza di un **filtro passa-alto**;

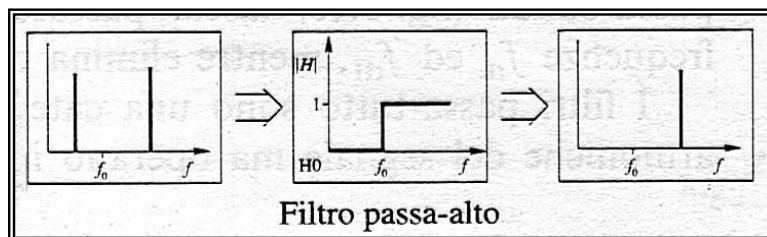


Figura 5

- se le frequenze sono eliminate in quanto non comprese in un determinato intervallo prestabilito di valori definito dalle frequenze f_{ti} ed f_{ts} (f_L ed f_H in figura 6), saremo in presenza di un **filtro passa-banda**.

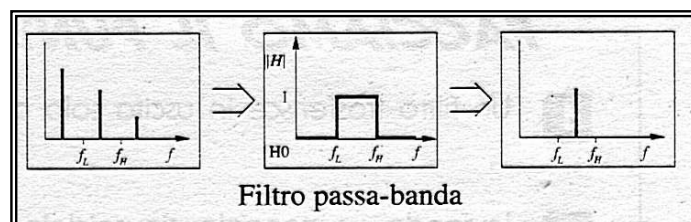


Figura 6

Lo studio di un **filtro** si conduce, in qualità di **doppio bipolo asintoticamente stabile**, inviando alla porta d'ingresso segnali sinusoidali aventi ampiezza costante ma frequenza variabile e misurando l'ampiezza e la fase dei corrispondenti segnali sinusoidali presenti in uscita.



Lo studio di una rete lineare, funzionante in regime sinusoidale, relativamente all'andamento temporale delle grandezze tensione e corrente ai morsetti dei singoli bipoli che la costituiscono, è governato dal teorema della **RISPOSTA in FREQUENZA** o **RISPOSTA ARMONICA**.

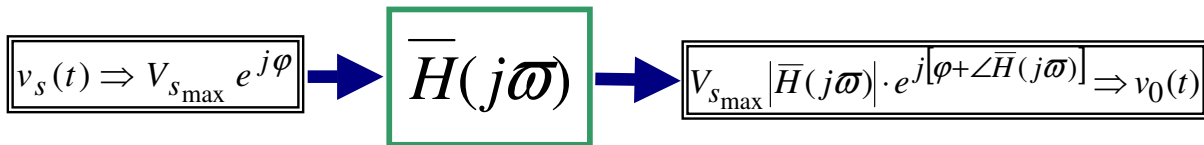
Teorema della risposta in frequenza

Una rete lineare asintoticamente stabile sollecitata in ingresso da una sorgente sinusoidale

$$v_s(t) = V_{S_{\max}} \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

fornisce a regime, cioè al termine di ogni qualsivoglia fenomeno transitorio associato agli elementi reattivi conservativi, condensatori e/o induttori, una risposta anch'essa sinusoidale, isofrequenziale con l'ingresso, la cui ampiezza e la cui fase dipendono, rispettivamente, dal modulo e dalla fase della **funzione di rete** $\overline{H}(j\omega)$ calcolati alla pulsazione ω , secondo la relazione seguente:

$$v_o(t) = \underbrace{V_{S_{\max}} |\overline{H}(j\omega)|}_{V_{o_{\max}}} \sin[\omega \cdot t + \varphi + \angle \overline{H}(j\omega)]$$



in cui la **funzione di rete** $\overline{H}(j\omega)$ risulta definita dal rapporto fra il **fasore** associato alla sinusoide relativa alla tensione in uscita ed il **fasore** associato alla sinusoide relativa alla tensione in ingresso.

Nel caso specifico in esame $\overline{H}(j\omega)$ è una **grandezza adimensionale** nota come **attenuazione del filtro passivo Passa Alto**.

$$|\overline{H}(j\omega)| = (V_{o_{\max}} / V_{S_{\max}})$$

La rappresentazione cartesiana, in scala semilogaritmica, del **modulo** $|\overline{H}(j\omega)|$ e della **fase** $\angle \overline{H}(j\omega)$ della **funzione di rete** in dipendenza della **pulsazione** ω relativa al **segnale sinusoidale in ingresso**, **costituiscono le curve caratteristiche del filtro** note come **diagrammi di Bode della risposta in frequenza**; in particolare:

- **Diagramma del modulo**: questo diagramma rappresenta il rapporto tra l'ampiezza del segnale sinusoidale in ingresso e l'ampiezza del segnale sinusoidale d'uscita in funzione della pulsazione ω . Normalmente l'ascissa è riportata in **scala logaritmica punteggiata** in ω , mentre in ordinata è riportato, in **scala lineare**, il **modulo** della **funzione di rete** $|\overline{H}(j\omega)|$ espresso in **decibel**, ossia:

$$|\overline{H}(j\omega)|_{dB} = 20 \log |\overline{H}(j\omega)|$$

- **Diagramma della fase**: tale diagramma rappresenta in ordinata, in scala lineare, lo **sfasamento**, espresso in **gradi**, del **fasore** associato al **segnale sinusoidale di uscita** in confronto al **fasore** associato al segnale sinusoidale in ingresso; la scala delle **ascisse** è **logaritmica punteggiata** in ω .

Poiché la risposta in frequenza di tali reti comporta la visualizzazione di grandi bande, è preferibile utilizzare in ascissa una scala logaritmica anziché lineare; infatti ciò permette di avere una fedele visualizzazione in uno spazio ristretto.

FILTRO TIPO PASSA BASSO (doppio bipolo rete RC)

Il tipo più semplice di doppio bipolo in configurazione di filtro passa basso si può realizzare con un resistore e un condensatore disposti come evidenziato in figura 6 nella quale si sono mostrate sia la **rete oggetto** valida nel **dominio del tempo**, sia la equivalente **rete immagine** operante nel **dominio della pulsazione ω** o **dominio dei fasori**.

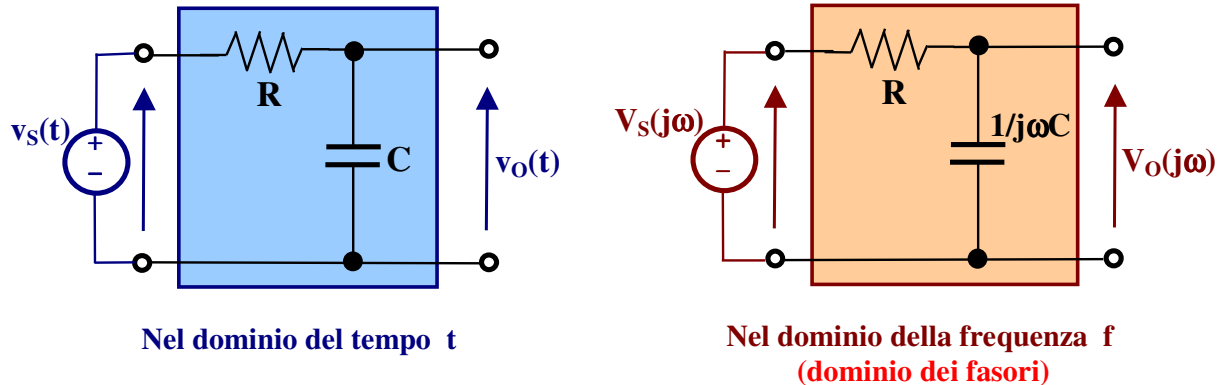


Figura 7: doppio bipolo oggetto e doppio bipolo immagine

L'analisi del circuito è immediata constatando la presenza di un **partitore di tensione** che consente di esprimere il **fasore $V_o(j\omega)$** , associato alla **tensione di uscita**, in funzione della **pulsazione ω** del segnale **sinusoidale d'ingresso**. Infatti la **reattanza $X_C = 1/j\omega C$** del **condensatore C** assume valori assai diversi al variare della **frequenza $f = \omega/2\pi$** del **segnale d'ingresso**; infatti, al **diminuire** della frequenza, la reattanza **X_C aumenta**, fino a divenire molto più grande di **R**, tendendo così a infinito (**se $f = 0$ consegue che $X_C \rightarrow \infty$**), sicché la tensione di ingresso viene a trovarsi quasi interamente applicata ai morsetti del condensatore; si dice che **l'uscita è la trasparenza dell'ingresso**. Invece, all'**aumentare** della frequenza la reattanza **X_C assume valori sempre più piccoli e tendenti a zero** (**se $f \rightarrow 0$ consegue che $X_C \rightarrow 0$**) cosicché la tensione prelevata ai morsetti del condensatore risulta molto piccola; si dice che **l'ingresso non passa in uscita**. Per quanto detto **il circuito attenua le frequenze elevate**, ovvero le componenti armoniche di alta frequenza di cui il segnale d'ingresso può ritenersi composto. Il doppio bipolo in esame si comporta da filtro **passa basso**.

L'applicazione della **legge del partitore di tensione fra impedenze collegate in serie** consente di esprimere il **fasore $V_o(j\omega)$** associato al **segnale sinusoidale di uscita** nella forma che di seguito si riporta:

$$\vec{V}_o(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \vec{V}_s(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{j\omega CR + 1}{j\omega C}} \cdot \vec{V}_s(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \vec{V}_s(j\omega)$$

Il ricorso alla relazione costitutiva della **Funzione di Rete** consente la seguente posizione:

$$\vec{H}(j\omega) = \frac{\vec{V}_o(j\omega)}{\vec{V}_s(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$



Il cui modulo assume la forma:

$$|\bar{H}(j\omega)| = \left| \frac{1}{1+j\omega RC} \right| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}}$$

$\omega = 0 \rightarrow 1$
 $\omega = \omega_{ts} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\omega = \infty \rightarrow 0$

La fase della funzione di rete è definita dalla relazione:

$$\angle \bar{H}(j\omega) = \angle \frac{1}{1+j\omega RC} = \angle 1 - \angle(1+j\omega RC) = 0 - \arctg(\omega RC)$$

$\omega = 0 \rightarrow 0$
 $\omega = \omega_{ts} \rightarrow -45^\circ$
 $\omega = \infty \rightarrow -90^\circ$

Dove $\omega_{ts} = 2\pi f_{ts}$ è la **pulsazione di taglio superiore**, strettamente legata alla **frequenza di taglio f_{ts}** cioè quel valore di frequenza alla quale il segnale di uscita si riduce di 3dB nei confronti del segnale d'ingresso. In sostanza, alla pulsazione di taglio superiore ω_{ts} il modulo $|\bar{H}(j\omega)|$ della funzione di rete si è ridotto di $\sqrt{2}$ rispetto al suo valore massimo, ovvero: $|\bar{H}(j\omega_{ts})| = (1/\sqrt{2})$

Si può verificare che il rapporto fra l'ampiezza del segnale di uscita e quello di ingresso è pari a 0,707, cioè $(1/\sqrt{2})$, ovvero -3dB e che la fase del segnale d'uscita è data da $\varphi = -45^\circ$.

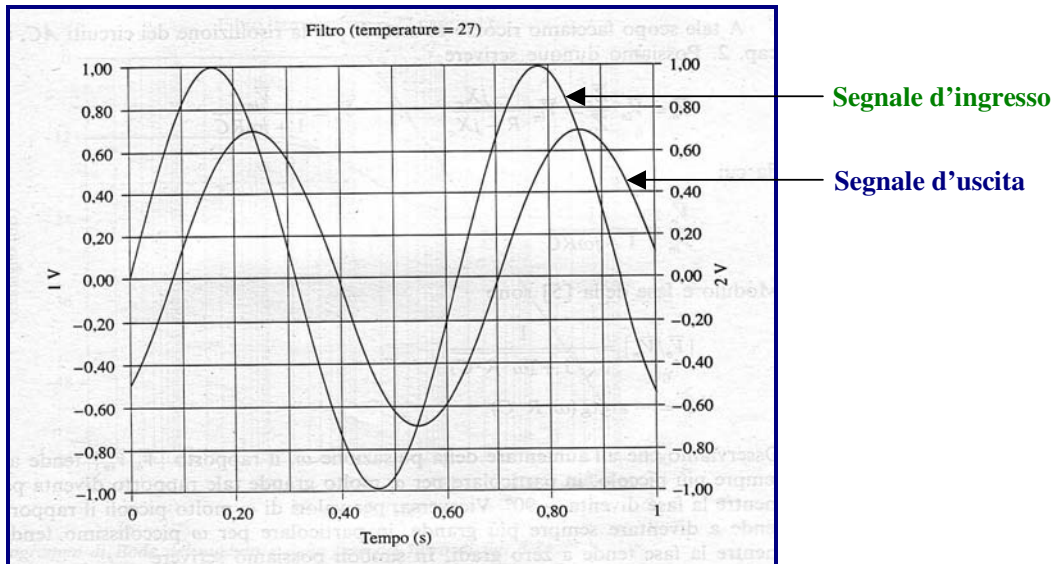


Figura 8: esempio di risposta temporale in corrispondenza della frequenza di taglio con $f_{ti}=160$ Hz

In ossequio alla definizione di **pulsazione di taglio superiore ω_{ts}** , si riporta di seguito la procedura analitica atta a determinarne la sua relazione in funzione dei **parametri specifici del doppio bipolo**, ovvero della **costante di tempo τ** della rete RC in esame:

$$\frac{1}{\sqrt{1+\omega_{ts}^2 R^2 C^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1+\omega_{ts}^2 R^2 C^2 = 2 \Rightarrow \omega_{ts} = \frac{1}{CR} = \frac{1}{\tau}$$

Rappresentando graficamente su scale logaritmiche il **modulo** e la **fase**, in funzione della frequenza, otteniamo le curve caratteristiche del **filtro passa basso** con $f_{ti}=160$ Hz:

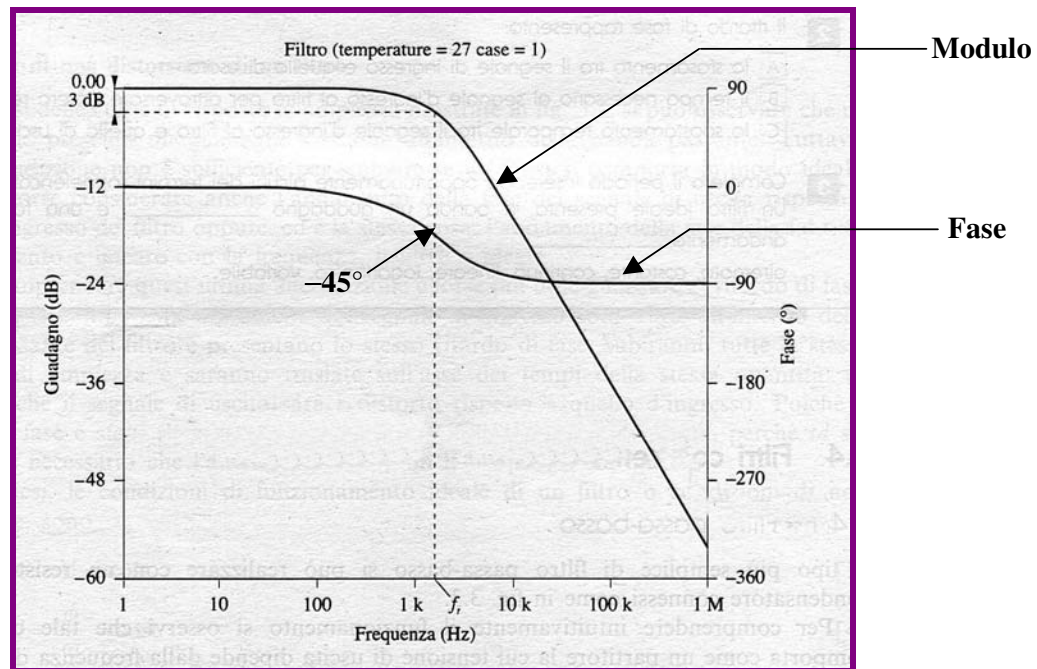


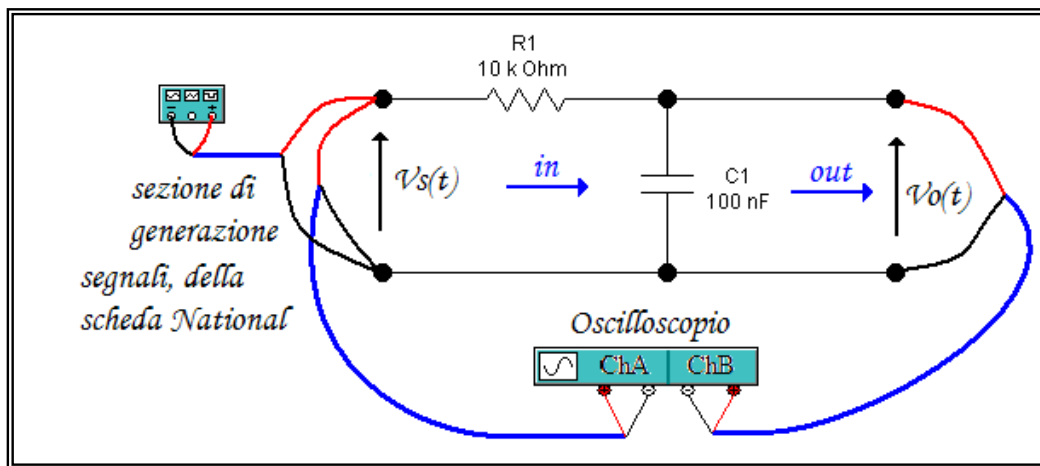
Figura 9

ESEMPIO DI RILEVAZIONI SPERIMENTALI PER IL FILTRO PASSA BASSO CON FREQUENZA DI TAGLIO SUPERIORE $f_{ts}=160$ Hz

Componenti, strumenti e materiale utilizzati:

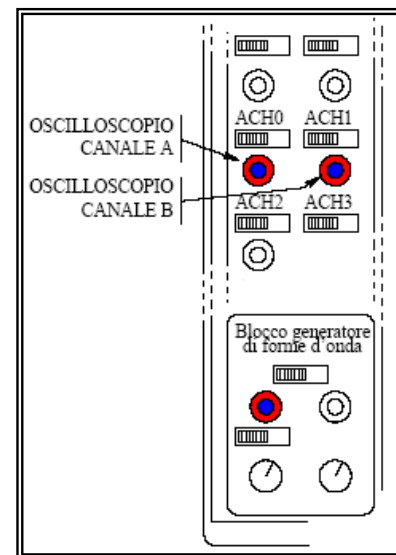
- **1 resistore da 10 Kohm (1/4 W)**
questo componente, insieme al condensatore, viene utilizzato per determinare la costante di tempo τ che consente di definire la pulsazione di taglio superiore, e quindi la rispettiva frequenza di taglio superiore. Inoltre, come si può notare dalla disposizione circuitale, tale resistore evita che ci sia corto-circuito tra l'ingresso e l'uscita.
- **1 condensatore da 100nF**
questo componente, insieme al resistore, viene utilizzato per determinare la τ che definisce la pulsazione di taglio superiore, e quindi la rispettiva frequenza di taglio superiore.
- **3 cavi BNC-cocodrillo**
questi cavi sono serviti alla connessione del circuito (tramite i cocodrilli) con la scheda acquisizione dati BNC 2120 National (tramite i BNC).
- **1 basetta multiferri (bread-board)**
su questo dispositivo, costituito da fori pre-collegati in un preciso ordine, è stato realizzato **fisicamente** il circuito.
- **1 scheda acquisizione dati BNC 2120 National**
questo componente, di estrema importanza, viene utilizzato come interfaccia tra il circuito ed il PC; inoltre tale strumento viene utilizzato anche per la generazione del segnale sinusoidale d'ingresso richiesto, nello sperimento.
- **il software LabWiev 6i e relativo computer**
questo software, tramite la basetta scheda acquisizione dati BNC 2120 National attua una conversione analogico/digitale dei segnali provenienti dal circuito, in modo da ottenere una visualizzazione di tali valori sull'oscilloscopio virtuale implementato sul computer.

Ecco come vengono assemblati i componenti:



Come si può notare dalla figura, l'**oscilloscopio** è stato utilizzato per prelevare il **segnale d'ingresso ed il segnale d'uscita** (NOTA: come oscilloscopio è stato utilizzato lo strumento virtuale, realizzato con il software LabView 6i, interfacciato, tramite la scheda acquisizione dati BNC 2120 National, al circuito realizzato su bread-board.

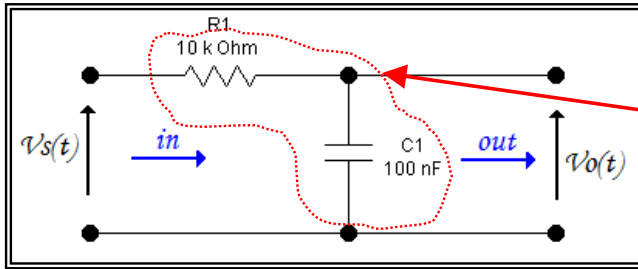
Inoltre, come evidenziato anche in figura, come generatore di segnale è stato utilizzata l'opportuna **uscita della scheda acquisizione dati BNC 2120 National**, la quale offre la possibilità di avere un'escursione sia in **ampiezza** sia in **frequenza**, dipendente quest'ultima dal **range** che è stato selezionato



FASI DELLA RILEVAZIONE PER IL FILTRO PASSA BASSO

- Realizzare il circuito su breadboard.
- Connettere il **generatore di segnale** direttamente al **canale A** dello oscilloscopio ed accertarsi che sullo schermo venga visualizzata una **sinusoide di frequenza variabile**, tramite l'opportuno cursore sulla scheda d'acquisizione BNC 2120, ma di valore di picco fisso di 2V (**ampiezza** o **valore massimo**); pertanto, di 4V **picco-picco**.
- Connettere i canali dell'oscilloscopio come mostrato in figura.
Impostare il **trigger sw-analog**, posizionare le tracce del canale A e del canale B rispettivamente ad uno zero comune (visualizzazione in assenza di segnale) ed impostare su entrambe i canali la medesima base "**volt/divisione**", in modo d'avere un diretto confronto dei segnali durante le fasi di rilevazione.
- Impostare tutto a **sinistra il cursore che gestisce la frequenza** in modo d'avere il valore minimo di circa 100Hz. Accendere il generatore e controllare che sull'oscilloscopio la traccia A rappresenti una sinusoide con ampiezza di picco 2V.
- All'aumentando della frequenza del segnale sinusoidale di ingresso, prelevare sia l'ampiezza del segnale sinusoidale in uscita, canale B, sia il **ritardo temporale** dal quale risalire allo **sfasamento** apportato dalla rete al segnale d'uscita rispetto al segnale d'ingresso.
N.B. Per il **teorema della risposta in frequenza**, il **segnale d'uscita dovrà essere isofrequenziale** con il segnale d'ingresso e dovrà avere **modulo e fase dipendenti dalla pulsazione** imposta istante per istante.
- Tabulazione dei dati ottenuti e confronto con quelli teorici.

PROVE VIRTUALI e CALCOLI TEORICI:



Costante di tempo

$$\tau = R_1 C_1 = (10 \cdot 10^3)(100 \cdot 10^{-9}) = 1 \text{ ms}$$

$$\text{Pulsazione di taglio superiore} = \omega_{ts} = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} = 1000 \text{ rad/s}$$

$$\text{Frequenza di taglio superiore} = f_{ts} = \omega_{ts} / 2\pi \cong 159 \text{ Hz}$$

$$\text{Frequenza di taglio superiore} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Pertanto se si volesse realizzare una rete filtro passa basso avente una assegnata frequenza di taglio superiore è possibile utilizzare queste formule di dimensionamento per determinare gli opportuni componenti:

$$R = \frac{1}{2\pi f_{ts} C} \quad C = \frac{1}{2\pi f_{ts} R}$$

Inoltre, per la definizione di frequenza di taglio, è possibile stabilire l'ampiezza e la fase del segnale d'uscita, quando il segnale d'ingresso ha una pulsazione pari alla pulsazione di taglio superiore:

$$\text{Ampiezza del segnale d'uscita } v_{out} = \frac{v_{in}}{\sqrt{2}} = \frac{2V}{\sqrt{2}} \cong 1,4V \quad (70,7\% \text{ del segnale d'ingresso})$$

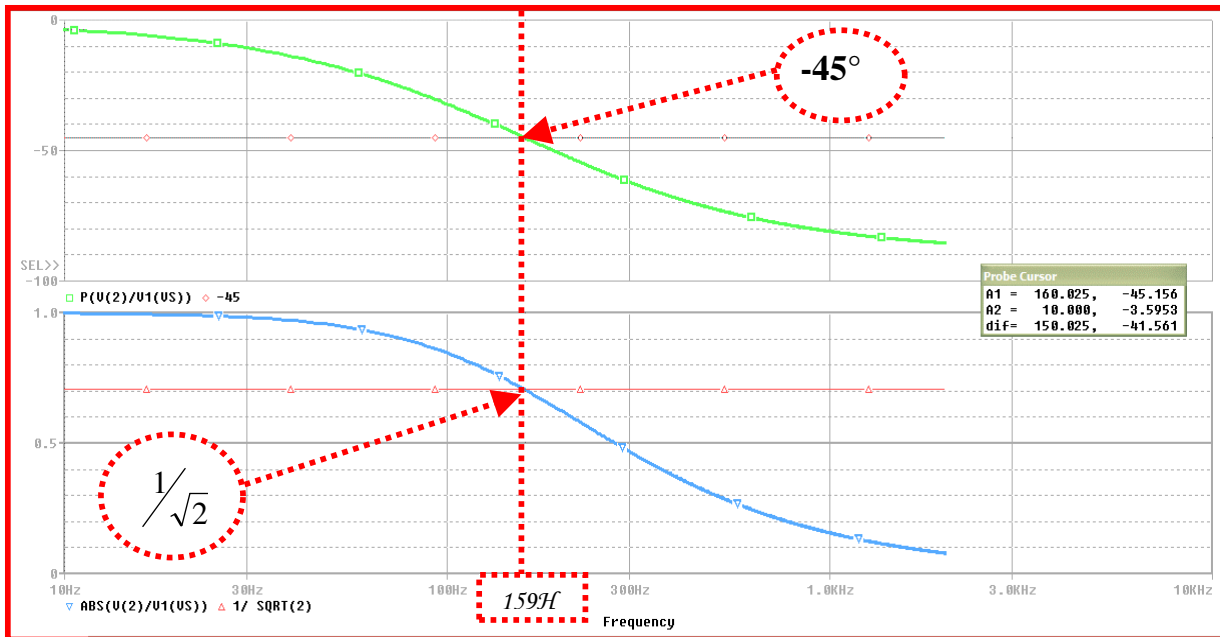
$$\text{Fase del segnale d'uscita } \varphi_{out} = \varphi_{in} - 45^\circ \quad (\text{il segnale d'ingresso è in anticipo rispetto all'uscita})$$

Per completezza si riporta la verifica delle caratteristiche del **filtro passa basso** ottenuta con la **simulazione** afferente il **pacchetto applicativo PSPICE**. La **simulazione** coglie la **finalità di fornire per via software** lo andamento delle **curve** caratteristiche sia **nel dominio dei fasori**, sia **nel dominio del tempo**, anticipando così i **risultati attesi per via hardware** mediante il rilievo sperimentale afferente il circuito assemblato su basetta mille fori.

	<p>Risposta in FREQUENZA</p> <pre> VS 1 0 AC 5 0 R1 1 2 10K C1 2 0 0.1U .AC LIN 1000 10 2K .PRINT AC VM(2) VP(2) .PROBE .END </pre>	<p>Risposta TEMPORALE</p> <pre> VS 1 0 SIN(0 5 160 0 0 0) R1 1 2 10K C1 2 0 0.1U IC=0V .TRAN 5U 25M 0 5U UIC .PRINT TRAN V(2) .PROBE .END </pre>
--	--	---

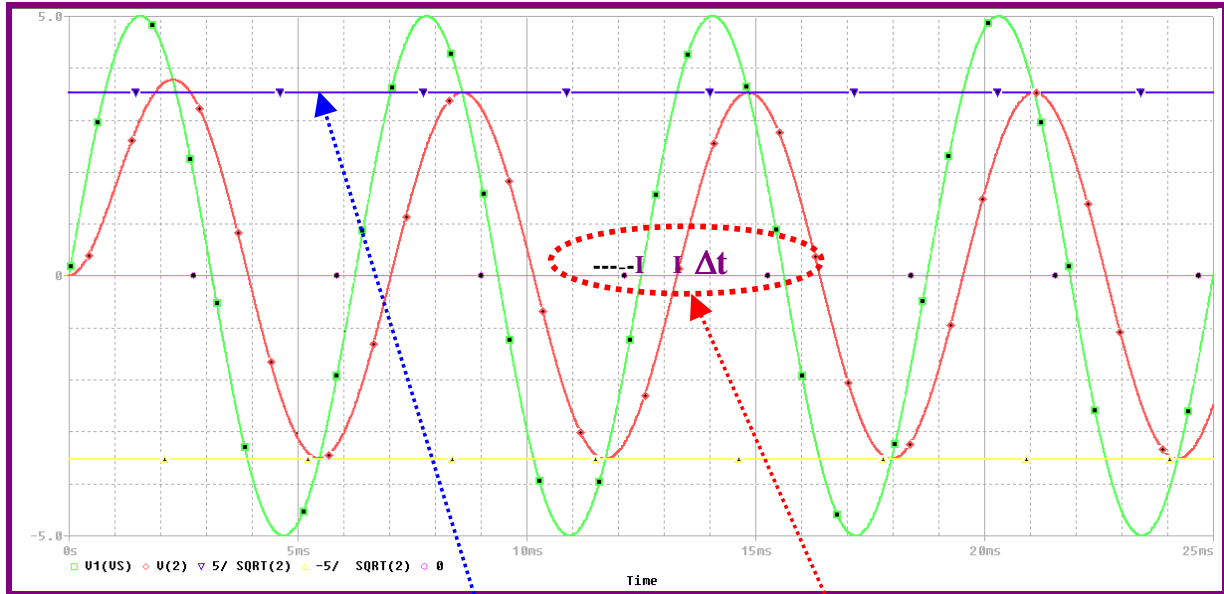


Si riportano i grafici del **modulo** e della **fase** ottenuti con **simulazione PSpice** della **Risposta in frequenza**



Si riporta il **grafico della Risposta Temporale** del **filtro Passa Basso**.

Si osservi come **PSPICE** consenta di visualizzare la **fase transitoria** antecedente il **regime sinusoidale**, fase che l'**oscilloscopio**, invece, **non è in grado di mostrare**.



Dal grafico è facile notare sia la **riduzione dell'ampiezza** sia lo **sfasamento in ritardo**.

Il calcolo dell'angolo di ritardo è fornito dalla relazione seguente: $\varphi_{rit}^{\circ} = -360^{\circ} \frac{\Delta t}{T}$

ESECUZIONE DELLE PROVE SPERIMENTALI:

Al termine della simulazione PSpice si procede al rilievo dei dati sperimentali ricavati dal circuito realizzato sulla breadboard e misurati facendo ricorso alle forme d'onda sinusoidali riportate sull'oscilloscopio virtuale.

FILTRO TIPO PASSA ALTO (doppio bipolo rete CR)

Il tipo più semplice di doppio bipolo in configurazione di **filtro passa alto** si può realizzare con un condensatore e un resistore disposti come evidenziato in figura 10 nella quale si sono mostrate sia la **rete oggetto** valida nel **dominio del tempo**, sia la equivalente **rete immagine** operante nel **dominio della pulsazione ω** noto anche come **dominio dei fasori**.

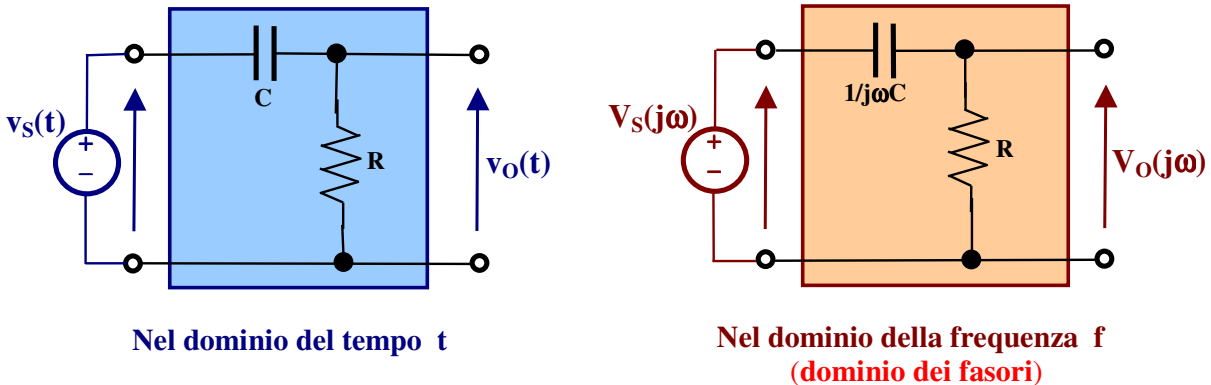


Figura 10: doppio bipolo oggetto e doppio bipolo immagine

L'analisi del circuito è immediata constatando la presenza di un **partitore di tensione** che consente di esprimere il **fasore $V_o(j\omega)$** , associato alla **tensione di uscita**, in funzione della **pulsazione ω** del segnale **sinusoidale d'ingresso**. Infatti la **reattanza $X_C = 1/j\omega C$** del **condensatore C** assume valori assai diversi al variare della **frequenza $f = \omega/2\pi$** del **segnale d'ingresso**; infatti, all'**augmentare** della frequenza, la reattanza X_C **diminuisce**, fino a divenire molto più piccola di **R**, tendendo fino a zero (**se $f \rightarrow \infty$ consegue che $X_C \rightarrow 0$**), sicché la tensione di ingresso viene a trovarsi quasi interamente applicata ai morsetti della **resistenza R**; si dice allora che **l'uscita è la trasparenza dell'ingresso**. Invece, al **diminuire** della frequenza la **reattanza X_C assume valori sempre più grandi e tendenti all'infinito** (**se $f \rightarrow 0$ consegue che $X_C \rightarrow \infty$**) e la tensione di ingresso viene, così, a trovarsi quasi interamente applicata ai morsetti del **condensatore C**, cosicché la tensione prelevata ai capi della **resistenza** risulta molto piccola e **tendente a zero**; si dice che **l'ingresso non passa in uscita**. Per quanto ora asserito **il circuito attenua le basse frequenze**, ovvero le componenti armoniche a bassa frequenza di cui il segnale d'ingresso può ritenersi composto. Al contrario le **alte frequenze** sono **facilitate nella trasmissione alla porta di uscita del doppio bipolo**; per tale motivo si afferma che la rete in esame realizza un filtro **passa alto**.

L'applicazione della **legge del partitore di tensione** fra **impedenze collegate in serie** consente di esprimere il **fasore $V_o(j\omega)$** associato al **segnale sinusoidale di uscita** nella forma che di seguito si riporta:

$$\vec{V}_o(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \vec{V}_s(j\omega) = \frac{R}{1 + j\omega RC} \cdot \vec{V}_s(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \cdot \vec{V}_s(j\omega)$$

Il ricorso alla **relazione costitutiva** della **Funzione di Rete** consente la seguente posizione:

$$\vec{H}(j\omega) = \frac{\vec{V}_o(j\omega)}{\vec{V}_s(j\omega)} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$



Il cui modulo è definito dalla relazione di seguito riportata:

$$|\bar{H}(j\omega)| = \frac{|j\omega CR|}{|1 + j\omega CR|} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = \begin{cases} \omega = 0 & \rightarrow 0 \\ \omega = \omega_{ti} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \omega = \infty & \rightarrow 1 \end{cases}$$

La fase è determinata dalla scrittura:

$$\angle \bar{H}(j\omega) = \angle \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \angle j\omega RC - \angle(1 + j\omega RC) = 90^\circ - \arctg(\omega RC) = \begin{cases} \omega = 0 & \rightarrow 90^\circ \\ \omega = \omega_{ti} & \rightarrow 45^\circ \\ \omega = \infty & \rightarrow 0^\circ \end{cases}$$

In ossequio alla definizione di **pulsazione di taglio inferiore** ω_{ti} , si riporta di seguito la procedura analitica atta a determinarne la sua relazione in funzione dei **parametri specifici del doppio bipolo**, ovvero della **costante di tempo** τ della **rete RC** in esame:

$$\frac{\omega_{ti} RC}{\sqrt{1 + \omega_{ti}^2 R^2 C^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 + \omega_{ti}^2 R^2 C^2 = 2\omega_{ti}^2 R^2 C^2 \Rightarrow \omega_{ti} = \frac{1}{CR} = \frac{1}{\tau}$$

Si noti che, a parità dei valori di valore dei componenti **R** e **C**, la **pulsazione di taglio inferiore** ω_{ti} del **filtro passa alto** coincide con la **pulsazione di taglio superiore** ω_{ts} della **rete passa basso** illustrata in precedenza; pertanto è possibile prevedere la **dualità** di questi due tipi di circuiti.

Rappresentando graficamente su scale logaritmiche il **modulo** e la **fase**, in funzione della frequenza, otteniamo le curve caratteristiche del **filtro passa alto**:

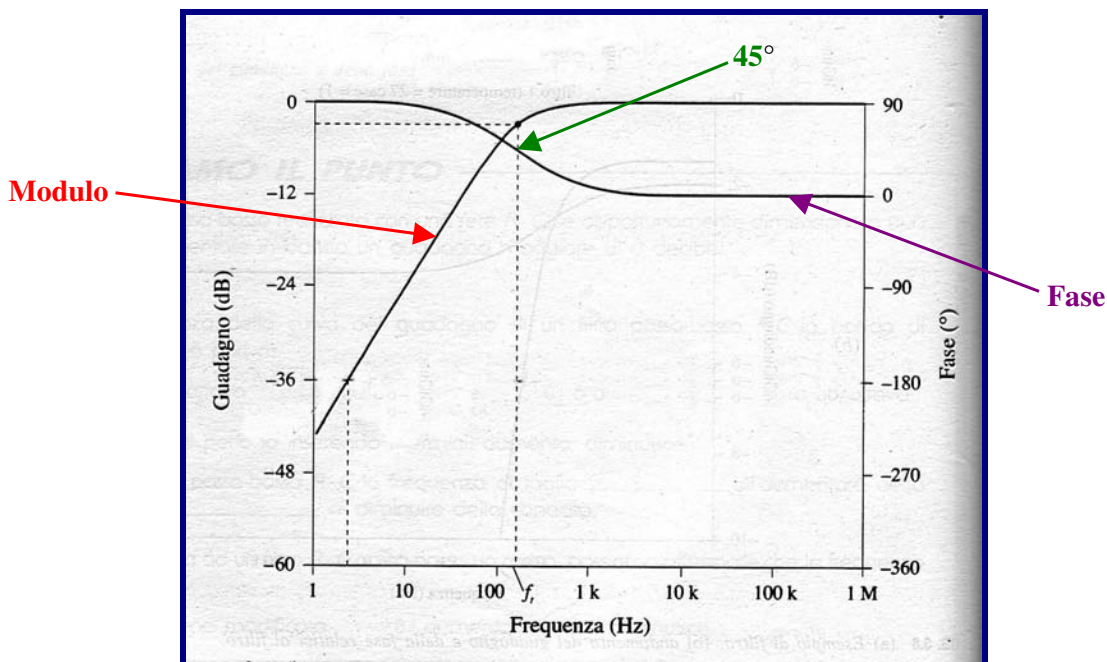


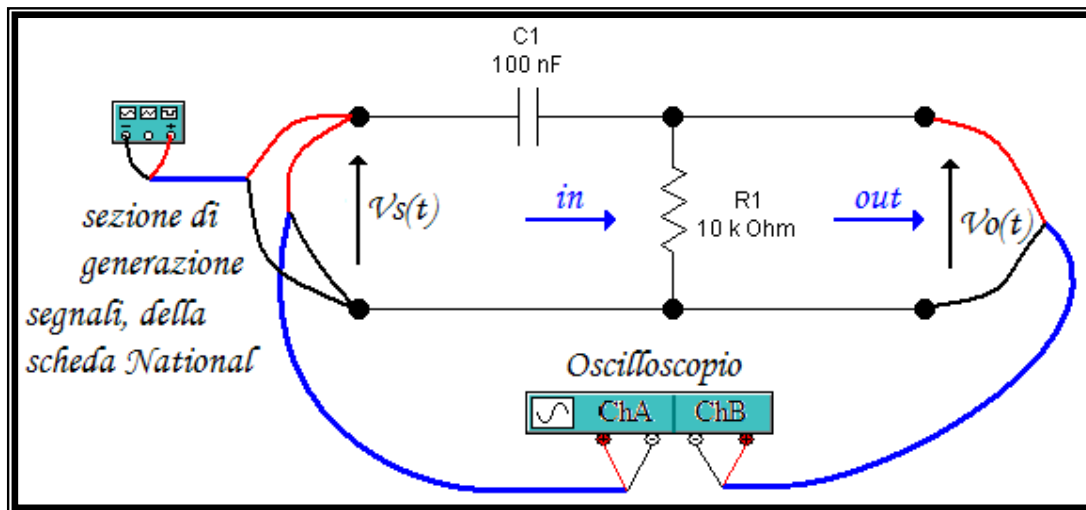
Figura 11

ESEMPIO DI RILEVAZIONI SPERIMENTALI PER IL FILTRO PASSA ALTO CON FREQUENZA DI TAGLIO INFERIORE $f_{ii}=160$ Hz

Componenti, strumenti e materiale utilizzati:

- **1 resistore da 10 Kohm (1/4 W)**
questo componente, insieme al condensatore, viene utilizzato per determinare la costante di tempo τ che consente di definire la pulsazione di taglio inferiore, e quindi la rispettiva frequenza di taglio inferiore f_{ii} . Inoltre, come si può notare dalla disposizione circuitale, tale resistore evita che ci sia corto-circuito tra l'ingresso e l'uscita.
- **1 condensatore da 100nF**
questo componente, insieme al resistore, viene utilizzato per determinare la τ che definisce la **pulsazione di taglio inferiore ω_{ii}** , e quindi la rispettiva **frequenza di taglio inferiore f_{ii}** .
- **3 cavi BNC-cocodrillo**
questi cavi sono serviti alla connessione del circuito (tramite i cocodrilli) con la scheda acquisizione dati BNC 2120 National (tramite i BNC).
- **1 basetta multifori (breadboard)**
su questo dispositivo, costituito da fori pre-collegati in un preciso ordine, è stato realizzato fisicamente il circuito.
- **1 scheda acquisizione dati BNC 2120 National**
tale componente, di estrema importanza, viene utilizzato come interfaccia tra il circuito ed il computer; inoltre questo strumento viene utilizzato per la generazione del segnale sinusoidale d'ingresso, utilizzato nell'esperimento.
- **il software LabView 6i e relativo computer**
questo software, tramite la basetta **scheda acquisizione dati BNC 2120 National** attua una **conversione analogico/digitale** dei **segnali** provenienti dal **circuito**, in modo da ottenere una visualizzazione di tali valori sull'**oscilloscopio virtuale** implementato sul computer.

Nella figura sotto riportata viene evidenziato come vengono assemblati i componenti:

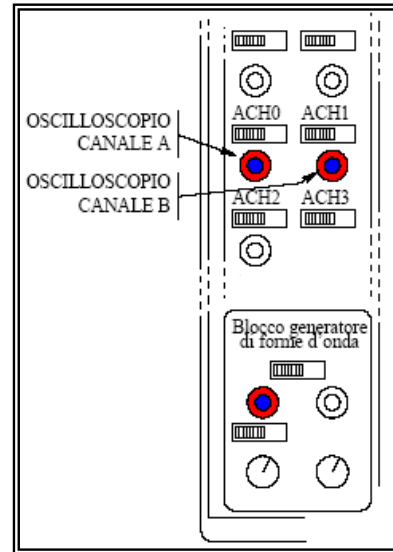


Come si può notare dalla figura, l'**oscilloscopio** è stato utilizzato per **prelevare il segnale d'ingresso ed il segnale d'uscita** (NB: come **oscilloscopio** è stato utilizzato lo **strumento virtuale**, realizzato con il software LabView 6i, interfacciato, tramite la **scheda acquisizione dati National BNC 2120**, al circuito realizzato su bread-board).

Inoltre, come evidenziato anche in figura, come generatore di segnale è stata utilizzata l'opportuna **uscita** della **scheda acquisizione dati BNC 2120 National**, la quale offre la possibilità di avere un'escursione sia in **ampiezza** sia in **frequenza**, dipendente quest'ultima dal **range** che è stato selezionato.

FASI DELLA RILEVAZIONE PER IL FILTRO PASSA ALTO

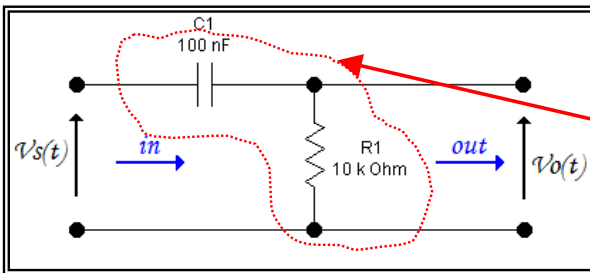
- Realizzare il circuito su breadboard.
- Connettere il **generatore di segnale direttamente al canale A** dello oscilloscopio ed accertarsi che sullo schermo venga visualizzata una sinusoide di frequenza variabile tramite l’opportuno cursore sulla scheda d’acquisizione BNC 2120, ma di valore di picco fisso di 2V (ampiezza della sinusoide), pertanto di **4V picco-picco**.
- Connettere i canali dell’oscilloscopio come mostrato in figura. Impostare il trigger sw-analog, posizionare le tracce del canale A e del canale B rispettivamente ad uno zero comune (visualizzazione in assenza di segnale) ed impostare su entrambe i canali la medesima base “volt/divisione”, in modo d’avere un diretto confronto dei segnali durante le fasi di rilevazione.
- Porre tutto a sinistra il cursore che gestisce la frequenza in modo da avere il valore minimo di circa **100 Hz** che la scheda riesce a dare. Agire sul generatore e controllare che sull’oscilloscopio la traccia A rappresenti una sinusoide con ampiezza di picco pari a 2V.
- All’aumentando) della frequenza del segnale d’ingresso, prelevare sia l’ampiezza del segnale d’uscita (canale B), sia lo sfasamento in anticipo apportato dalla rete al segnale d’uscita rispetto al segnale d’ingresso.



N.B. In ossequio a quanto stabilito dal teorema della risposta in frequenza, il segnale d’uscita dovrà essere isofrequenziale con il segnale d’ingresso e dovrà avere modulo e fase dipendenti dalla pulsazione imposta istante per istante dal generatore del segnale sinusoidale d’ingresso.

- Tabulazione dei dati ottenuti e confronto con quelli teorici.

PROVE VIRTUALI e CALCOLI TEORICI



Costante di tempo

$$\tau = R_1 C_1 = (10 \cdot 10^3) \cdot (100 \cdot 10^{-9}) = 1ms$$

$$Pulsazione\ di\ taglio\ inferiore = \omega_{ti} = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} = 1000\ rad/s$$

$$Frequenza\ di\ taglio\ inferiore = f_{ti} = \omega_{ti} / 2\pi \cong 159\ Hz$$

$$Frequenza\ di\ taglio\ inferiore = \frac{1}{2\pi RC}$$

Pertanto se si volesse realizzare una rete **filtro passa alto** avente un’**assegnata frequenza di taglio inferiore** è possibile utilizzare queste formule di dimensionamento per determinare i valori opportuni dei componenti:

$$R = \frac{1}{2\pi f_{ti} C} \quad C = \frac{1}{2\pi f_{ti} R}$$

Inoltre, per definizione di **frequenza di taglio inferiore**, è possibile stabilire l’**ampiezza** e la **fase** del segnale d’uscita, quando il **segnale d’ingresso ha una pulsazione pari alla pulsazione di taglio inferiore** stessa:



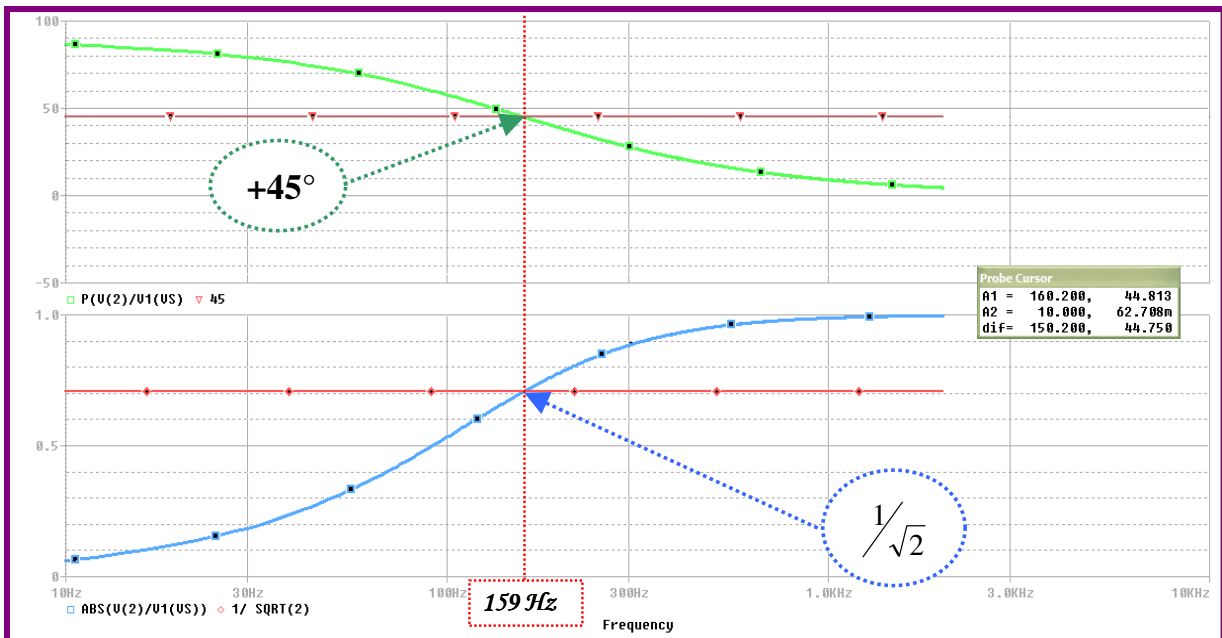
Ampiezza del segnale d'uscita $v_{out} = \frac{v_{in}}{\sqrt{2}} = \frac{2V}{\sqrt{2}} \cong 1,4V$ (70,7% del segnale d'ingresso)

Fase del segnale d'uscita $\varphi_{out} = \varphi_{in} + 45^\circ$ (il segnale d'ingresso è in ritardo rispetto all'uscita)

Per completezza si riporta la verifica delle caratteristiche del **filtro passa alto** ottenuta con la **simulazione** afferente il **pacchetto applicativo PSPICE**. La simulazione coglie la **finalità di fornire per via software** lo andamento delle **curve** caratteristiche sia *nel dominio dei fasori*, sia *nel dominio del tempo*, anticipando così i **risultati attesi per via hardware** mediante il rilievo sperimentale afferente il circuito assemblato su basetta sperimentale mille fori.

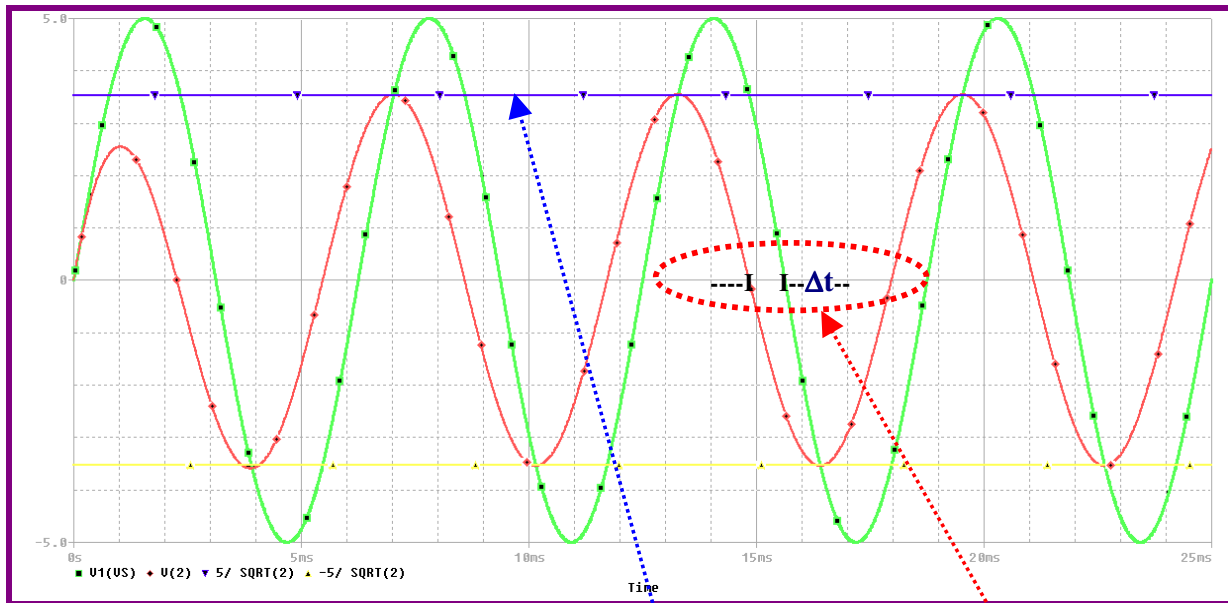
	<p>Risposta in FREQUENZA</p> <pre> VS 1 0 AC 5 0 C1 1 2 0.1U R1 2 0 10K .AC LIN 1500 10 2K .PRINT AC VM(2) VP(2) .PROBE .END </pre>	<p>Risposta TEMPORALE</p> <pre> VS 1 0 SIN(0 5 160 0 0 0) C1 1 2 0.1U IC=0V R1 2 0 10K .TRAN 5U 25M 0 5U UIC .PRINT TRAN V(2) .PROBE .END </pre>
--	--	---

Si riportano di seguito i grafici del **modulo** e della **fase** della **funzione di rete H(jω)** di un **filtro passa alto**, ottenuti con **simulazione PSpice** specifica della **Risposta in frequenza**



Si riporta il **grafico della Risposta Temporale** del **filtro Passa Alto**.

Si osservi come **PSPICE** consenta di visualizzare la **fase transitoria** antecedente il **regime sinusoidale**, fase che l'**oscilloscopio**, invece, **non è in grado di mostrare**.



Dal grafico è possibile notare facilmente sia la **riduzione dell'ampiezza** sia lo **sfasamento in anticipo**.

Il calcolo dell'angolo relativo all'anticipo del segnale di uscita nei confronti del segnale di ingresso è fornito

dalla relazione seguente: $\varphi_{ant}^{\circ} = 360^{\circ} \frac{\Delta t}{T}$

ESECUZIONE DELLE PROVE SPERIMENTALI:

Al termine della simulazione PSpice si procede al rilievo dei dati sperimentali ricavati dal circuito realizzato sulla breadboard e misurati facendo ricorso alle forme d'onda sinusoidali riportate sull'oscilloscopio virtuale.